



Zugo



CH

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
curriculum
INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA

TESI DI LAUREA

METODI NUMERICI
PER LA VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA
NELLE MISURE DIGITALI

RELATORE
Prof. Stefano Masullo

CANDIDATO
Umile Nicoletti

Anno Accademico 2023/2024

INDICE

ABSTRACT	6
INTRODUZIONE	8
CAPITOLO 1	
INTRODUZIONE AI SISTEMI DI MISURA DIGITALI	12
1.1 Introduzione	12
1.2 L'evoluzione dei sistemi di misura	13
1.3 Architettura di un moderno sistema di misura digitale	16
1.4 Concetti di elaborazione digitale del segnale.....	20
1.5 La strumentazione virtuale	26
CAPITOLO 2	
L'INCERTEZZA DI MISURA E LA SUA VALUTAZIONE	31
2.1 Introduzione	31
2.2 Il concetto di misurazione, misura e incertezza	32
2.3 La guida internazionale ISO-GUM.....	34
2.3.1 Valutazione dell'incertezza di tipo A	35
2.3.2 Valutazione dell'incertezza di tipo B.....	39
2.3.3 Considerazioni ulteriori sulle incertezze tipo A e B	41
2.3.4 Il modello del processo di misura e la legge di propagazione dell'incertezza	43
2.4 Il metodo basato sulla speranza matematica	46
2.5 Esempio di applicazione dei metodi analitici.....	48
2.5.1 Calcolo dell'incertezza secondo la GUM	49
2.5.2 Calcolo dell'incertezza mediante la speranza matematica.....	50
2.6 Alcune considerazioni finali sui metodi analitici.....	51
CAPITOLO 3	
METODI NUMERICI PER LA VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA NELLE MISURE DIGITALI.....	52
3.1 Introduzione	52
3.1.1 Perché i metodi numerici?	54
3.1.2 Introduzione ai metodi di simulazione Monte Carlo	56
3.1.3 Vantaggi e svantaggi dei metodi MCS	56
3.2 Le fasi principali nella valutazione dell'incertezza	57
3.3 Il metodo proposto	60
3.4 Considerazioni sulla realizzazione pratica del metodo.....	64

3.5 Considerazioni finali sul metodo.....	66
CAPITOLO 4	
MODELLIZZAZIONE DELLE INCERTEZZE	67
4.1 Introduzione	67
4.2 Incertezze nei trasduttori	68
4.3 Incertezze nel sistema di acquisizione dati.....	72
4.3.1 L'errore di quantizzazione	73
4.3.2 L'errore di offset	76
4.3.3 L'errore di guadagno.....	77
4.3.4 Considerazioni sugli errori di offset e di guadagno	78
4.3.5 L'errore di non linearità	79
4.3.6 L'errore dovuto al rumore.....	81
4.3.7 L'accuratezza della scheda DAQ.....	82
4.3.8 Correlazioni tra le sorgenti d'incertezza	82
4.4 L'errore di fase.....	84
4.5 Modellizzazione dell'errore di fase.....	85
CAPITOLO 5	
VALIDAZIONE DEL METODO NUMERICO.....	87
5.1 Introduzione	87
5.2 Descrizione della procedura di validazione	88
5.2.1 L'algoritmo di misura	89
5.2.2 Modellizzazione delle incertezze della scheda DAQ	89
5.2.3 Risultati dei test di validazione	90
5.3 Validazione della procedura numerica per l'introduzione dell'errore di fase	92
CAPITOLO 6	
UNO STRUMENTO DIGITALE PER LE MISURE NEI SISTEMI	
ELETTRICI DI POTENZA	94
6.1 Introduzione	94
6.2 L'architettura del sistema di misura	95
6.3 Scelta dei trasduttori per il sistema di acquisizione dati	95
6.4 La modellizzazione delle incertezze nei trasduttori di tensione	97
6.5 La modellizzazione delle incertezze nei trasduttori di corrente.....	101
6.6 La modellizzazione delle incertezze nel sistema di acquisizione dati.....	104
6.7 Esempio di applicazione.....	106

CONCLUSIONI	111
BIBLIOGRAFIA	114

ABSTRACT

In the last decades measurement instruments based on data acquisition systems, analog to digital conversion and digital processing are registering an impressive growth, supported by the availability of increasing computational resources in the personal computers.

In particular the capabilities offered from measurement methods and systems based on digital signal processing (DSP) are being expanded from merely measuring electrical and electronics parameters to encompassing all ancillary technologies including the mechanical, chemical, civil, and medical fields, where the typical features of the digital systems, like programmability, storage capabilities, on-line operation are fundamental. The assessment of the uncertainty of the measurements carried out by means of this kind of instruments is becoming a critical task. Therefore it is significant to set up suitable procedures in order to evaluate the overall uncertainty affecting the measurement result.

The uncertainty sources located in each of the components that constitute a generic computer-based instrument (transducers, analog conditioning blocks, sample and hold devices, analog-to-digital converters and digital signal processing) must be considered; then, their propagation through the measurement chain has to be analyzed.

In this paper the evaluation of the uncertainty in digital measurements is performed by means of a methodology based on a Monte Carlo statistical approach. The principles of the GUM, the ISO "Guide to the expression of uncertainty in measurement", are taken into account as fundamental basis of the method.

The procedure can be summarized in the following two phases. In the first phase the characterization of the metrological performance featured by each component of the measuring system is achieved. The information concerning the uncertainties can be achieved by means of a statistical method which exploits the accuracy specifications contained in the technical data sheet provided from manufacturer of the devices used (type B uncertainty evaluation). A suitable probability distribution is then assigned to these uncertainty terms, which can be numerically represented by sets of random variables defined by the software package.

In the second phase the calculation of the uncertainty is executed performing a large number of simulated tests of the measurement chain. In each test the input samples are corrupted by different contributions, whose values are extracted from the above sets, and the known measurement function or algorithm, implemented in the digital instrument, is applied to this set of input data. The uncertainty of the result is then obtained by processing the set of the obtained output values, which could be considered as the probability density function of the measurement result, whose standard deviation represents the searched uncertainty.

The proposed method has a general validity. The reliability of the achievable results strongly depends, as usual in any procedure for the evaluation of the uncertainty, on the quantity and quality of the information available about the metrological characterization of all the components of the measurement system.

The probabilistic formulation of the technique allows the combined and expanded uncertainty on the calculation of any kind of digital measurement to be evaluated along with the corresponding coverage probability.

INTRODUZIONE

Le operazioni e le attività connesse con le misure rivestono un ruolo di primaria importanza nel mondo industrializzato. Le misure sono importanti nei processi industriali, nelle attività progettuali e produttive, nella valutazione dello stato dell'ambiente e di eventuali pericoli per l'uomo, ecc. Gli ultimi anni hanno registrato lo sviluppo di nuovi sistemi di misura sempre più sofisticati utilizzati nei laboratori, nelle industrie, negli impianti, negli ospedali, ecc. Tali strumenti, basati sull'elaborazione digitale dei segnali, sono adatti a qualsiasi tipo di situazione e sono in grado di effettuare qualunque tipo di misura.

Lo sviluppo degli strumenti digitali, specie quelli basati su interfacce grafiche che li rende programmabili e utilizzabili anche da utenti non esperti nel campo della misurazione, porta con sé vantaggi e svantaggi. Tra i vantaggi vi è sicuramente il fatto che il sistema di misura può essere realizzato e modificato con semplicità, velocemente ed economicamente rispetto agli strumenti di misura tradizionali. Uno degli svantaggi è che le persone non esperte di misure possono costruire dei sistemi di misura ed usare i risultati ottenuti in modo improprio e senza preoccuparsi se la procedura di misura è corretta, è completa, è teoricamente realizzabile, quali siano i suoi limiti e, soprattutto, senza saper fornire un'informazione fondamentale: quella relativa all'incertezza del risultato ottenuto. E' pertanto sorta la necessità di valutare l'incertezza che caratterizza le misure ottenute con questa tipologia di strumenti e sia la comunità accademica sia gli scienziati appartenenti ad altri centri di ricerca, pubblici o privati, sono impegnati nello studiare nuove tecniche di valutazione dell'incertezza adatte per queste tipologie di strumenti.

Come ben noto, la Guida internazionale ISO-GUM - *Guide to the expression of uncertainty in measurement*- fornisce le indicazioni generali per esprimere l'incertezza di misura in differenti contesti. Purtroppo, nelle situazioni pratiche in cui le misure sono ottenute mediante algoritmi di elaborazione di segnali digitali, l'applicazione della guida non è affatto agevole o può portare a valutazioni dell'incertezza non corrette. Nel tentativo di superare le difficoltà relative all'applicazione delle procedure analitiche

suggerite dalla Guida, è stato sviluppato un metodo numerico alternativo il cui utilizzo è consentito dalla stessa guida.

Il metodo numerico, basato su simulazioni Monte Carlo (MCS), può essere impiegato con successo per la valutazione dell'incertezza delle misure ottenute attraverso strumenti digitali.

L'attendibilità del risultato di una misura, ottenuta mediante l'elaborazione di dati digitali, è strettamente legata all'accuratezza con cui il segnale è condizionato e convertito da analogico in digitale nella catena di misura. Generalmente, questa si ipotizza costituita dai tre blocchi fondamentali di trasduzione dei segnali analogici di ingresso, di acquisizione e conversione analogico-digitale e di elaborazione mediante il processore. Quest'ultimo è l'elemento all'interno del quale il segnale digitalizzato è sottoposto ad elaborazione numerica per ottenere il risultato di misura.

L'operazione di trasduzione è quella che introduce i contributi di incertezza quantitativamente più rilevanti.

Saranno da considerare gli errori legati al guadagno di trasduzione e alla sua non linearità e, se i traduttori sono di tipo attivo, vi saranno delle componenti di offset e rumore. Quelli relativi all'operazione di conversione A/D saranno invece l'errore di guadagno, l'offset, il rumore, la non linearità, la quantizzazione, il jitter, ecc.. Infine, anche il processore che esegue le elaborazioni può introdurre errori di arrotondamento. Se si considerano però i processori general purpose (GPP) dei personal computer o i digital signal processors (DSP), allo stato della tecnologia attuale, gli errori di arrotondamento risultano trascurabili in molte situazioni pratiche.

L'applicazione del metodo presuppone una scrupolosa modellizzazione di tutte queste cause di incertezza presenti nel sistema di misura attraverso opportune funzioni densità di probabilità e la determinazione degli effetti della propagazione delle incertezze attraverso l'algoritmo di misura.

Le peculiarità e l'originalità del metodo possono essere descritte con riferimento alle due fasi del processo di valutazione dell'incertezza. La fase di caratterizzazione delle sorgenti di incertezza può essere condotta in due modi: mediante analisi statistica sui risultati prove sperimentali ripetute (valutazione di tipo A) o sfruttando ogni altra informazione disponibile (valutazione di tipo B).

In questa sede si considererà la situazione in cui l'incertezza del sistema di misura viene valutata utilizzando le informazioni metrologiche dichiarate dai costruttori.

Ovviamente, i dati messi a disposizione nelle specifiche non possono essere utilizzati acriticamente nella realtà della misura ma è necessario saperli interpretare correttamente per poterli applicare alla metodologia proposta. A tal proposito, nel lavoro sono approfonditi questi aspetti e descritta in dettaglio la procedura da seguire.

Nella fase di calcolo dell'incertezza, il metodo MCS è in grado di simulare l'effetto di tutte le sorgenti dell'incertezza che intervengono attraverso tutta la catena di misura e di determinare la distribuzione di probabilità della quantità misurata.

Attraverso la simulazione si introducono sul segnale digitalizzato i contributi di incertezza estratti in modo casuale dalle distribuzioni di probabilità rappresentative delle sorgenti d'errore e si esegue l'elaborazione prevista dall'algoritmo di misura. La procedura è ripetuta per un numero sufficiente di volte al fine di ottenere risultati significativi.

L'incertezza del risultato della misurazione è quindi determinata dall'indagine della distribuzione di probabilità ottenuta con la simulazione, dopo che si è scelto l'opportuno intervallo di confidenza che si vuole ottenere.

L'importanza del metodo sta nel fatto che un approccio come quello proposto può essere usato da chiunque faccia uso di strumentazione digitale e debba determinare l'incertezza del risultato e basandosi esclusivamente sui dati riguardanti l'accuratezza dei dispositivi usati forniti dal costruttore. Questi possono essere i cataloghi che riportano le prestazioni dei dispositivi, i rapporti di caratterizzazione metrologica, i certificati di taratura, ecc.

Saranno illustrati alcuni aspetti pratici sull'applicabilità della metodologia proposta ed è mostrata un'applicazione del metodo numerico attraverso la sua implementazione con uno strumento digitale per misure sui sistemi elettrici di potenza in regime deformato in grado di effettuare l'autovalutazione dell'incertezza delle misure eseguite. Le misure che devono essere svolte in tale contesto sono caratterizzate da modelli fortemente non lineari e, in tali situazioni, non essendo applicabile la legge di propagazione dell'incertezza prevista nella GUM, viene giustificata l'adozione di metodi come quello proposto.

Il presente lavoro è strutturato nel seguente modo. Nel primo capitolo sono introdotti alcuni concetti di metrologia. Nel secondo capitolo sono illustrati i possibili metodi per stimare l'incertezza di misura. Nel terzo capitolo è presentato il metodo

numerico che è stato sviluppato per valutare l'incertezza delle misure per via statistica attraverso la simulazione Monte Carlo. Nel quarto capitolo sono analizzate in dettaglio le sorgenti di incertezza che si manifestano nell'intero sistema di misura e sono fornite le indicazioni fondamentali per poter procedere alla loro modellizzazione attraverso le funzioni di distribuzione di probabilità. Nel quinto capitolo sono mostrati i risultati della validazione sperimentale del metodo numerico attraverso l'impiego di un calibratore di precisione. Nel sesto capitolo sono presentati i risultati di applicazione del metodo, mediante la sua implementazione su uno strumento virtuale progettato per misure sui sistemi elettrici di potenza. Infine, si conclude elencando i principali vantaggi e svantaggi del metodo, i problemi ancora aperti sull'argomento e le ricerche in corso.

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE AI

SISTEMI DI MISURA DIGITALI

1.1 Introduzione

I sistemi di misura di tipo digitale, ovvero quelli basati sull'elaborazione digitale dei segnali provenienti dal mondo reale, si stanno diffondendo capillarmente nei diversi campi della scienza e della tecnica.

Contemporaneamente alla diffusione degli strumenti digitali si registra un continuo aumento delle persone che ne fanno uso o che, potenzialmente, possono interagire con un sistema di misura digitale. Tutte queste persone devono saper leggere e interpretare criticamente il risultato generato dal sistema di misura. Se il compito necessario si limita alla sola lettura della misura, come quello presentato da un display a visualizzazione numerica, questo può essere svolto anche da una persona non esperta. Non altrettanto si può dire per quel che riguarda l'interpretazione della misura ed in particolare della sua incertezza. Questo compito richiede che colui che fa la misura abbia competenze sia dal punto di vista della conoscenza del fenomeno fisico che si sta osservando, sia dal punto di vista della conoscenza dello strumento di misura che si sta adoperando.

In questo capitolo si vogliono introdurre alcune nozioni riguardanti i sistemi di misura digitali mentre l'analisi dei risultati della misura, tra cui quello fondamentale della valutazione dell'incertezza ad essa associata, sarà affrontata nei capitoli successivi. Si presenterà un excursus relativo all'evoluzione che i sistemi di misura hanno avuto negli anni, si illustrerà l'architettura tipo di un sistema digitale moderno e i suoi principali componenti, i cosiddetti strumenti *virtuali*. Saranno date infine alcune nozioni sull'elaborazione digitale dei dati.

1.2 L'evoluzione dei sistemi di misura

L'implementazione hardware dei sistemi di misura era basata tradizionalmente sull'uso di strumenti di misura analogici elettromeccanici. Si pensi ad esempio ai voltmetri, gli amperometri e i multimetri che sono attualmente ancora realizzati in forma analogica e che sono diffusi soprattutto nelle installazioni e nelle dotazioni meno recenti.

Attraverso l'uso di questi strumenti era possibile determinare tutti i parametri del segnale rappresentativo di una data grandezza (e.g. tensione, corrente, temperatura, ecc.) che doveva essere misurata dallo strumento.

In generale, era necessario uno strumento per determinare ciascuna caratteristica del segnale. Per determinare più caratteristiche dello stesso segnale, era necessario utilizzare invece uno strumento per ogni parametro che si voleva misurare, così come nel caso di segnali differenti (vedi Fig. 1.1).

Le misure così effettuate richiedevano che il segnale possedesse un comportamento continuo e ripetitivo nel tempo (e.g. sinusoidale).

Nel caso in cui il segnale da misurare fosse una tensione sinusoidale era possibile determinare l'ampiezza o il valore efficace mediante un voltmetro, mentre, mediante un frequenzimetro, era possibile determinare la frequenza, ecc.

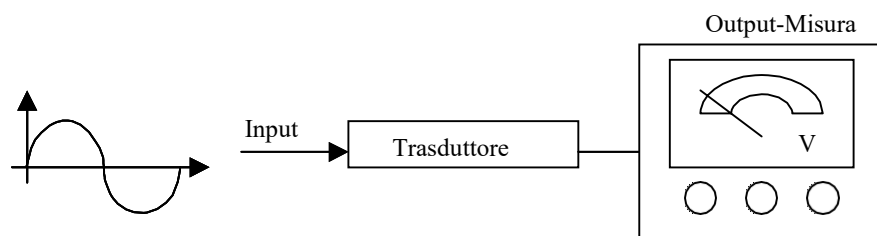


Fig. 1.1: Schema a blocchi per un sistema di misura tradizionale

Il costruttore dello strumento dava inoltre all'operatore che eseguiva la misura, attraverso le indicazioni sulla classe di precisione, la possibilità di determinare l'accuratezza della misura effettuata. In seguito, queste tipologie di strumenti furono sostituite con unità elettroniche analogiche e, successivamente all'avvento dei microprocessori, subì una rivoluzione l'intera produzione dei sistemi di misura.

I modelli corrispondenti in forma digitale si sono ormai imposti sul mercato in quanto, normalmente, consentono di ottenere un più favorevole rapporto costo-prestazioni e questo ha consentito che la strumentazione di misura basata sull'elaborazione digitale dei segnali si diffondesse sempre più nei diversi luoghi di utilizzo delle misure quali laboratori, industrie, impianti, ecc., dove i sistemi di misura moderni stanno progressivamente rimpiazzando la strumentazione di misura tradizionale.

I sistemi digitali si basano sulla possibilità che la memoria di un calcolatore contenga i dati numerici relativi ai campioni di una certa grandezza fisica, oltre che sulla capacità del calcolatore stesso di elaborare i dati per ottenere informazioni di misura.

I sistemi di misura moderni ricorrono estensivamente all'utilizzo di sistemi e tecnologie proprie dell'elaborazione numerica dell'informazione, cioè a sistemi in grado di elaborare segnali in forma digitale, al fine di conseguire i vantaggi tipici di questo modo di rappresentare l'informazione. E' attualmente possibile effettuare misure su segnali di qualunque forma, ampiezza, frequenza, o che abbiano una durata limitata nel tempo. E' possibile misurare contemporaneamente più segnali e rimuovere tutte le limitazioni tipiche che si avevano con i sistemi tradizionali.

Tutto questo richiede preliminarmente la fondamentale conversione dei segnali provenienti dal mondo reale in segnali elettrici di tensione attraverso gli opportuni trasduttori e, successivamente, in forma numerica attraverso dispositivi per la conversione analogico/digitale.

La rappresentazione numerica dei segnali consente di implementare algoritmi efficienti che possono realizzare funzioni tipiche di blocchi analogici, come il filtraggio e la convoluzione oppure la definizione del valore efficace. In tal modo, una particolare misurazione è caratterizzata non più da uno strumento, ma da un algoritmo.

L'elaborazione dell'informazione è affidata a microprocessori appartenenti a tutte le famiglie rese disponibili dalla microelettronica. Inoltre, si rivelano particolarmente

efficaci i processori progettati specificatamente per l'elaborazione in tempo reale. In tali situazioni, il sistema digitale si comporta come il corrispondente sistema analogico e svolge le stesse funzioni, ma consente di norma maggiore semplicità di realizzazione e maggiore flessibilità, poiché le varie azioni sono modificabili via software. E' garantita inoltre una maggiore stabilità nel tempo, non essendo presenti fenomeni quali l'invecchiamento e le derive dei componenti analogici.

In molti casi le misure sono effettuate con complessi sistemi di acquisizione dati, gestiti direttamente da computer/server, con lo scopo di monitorare un intero processo. Il risultato della misura è il risultato di una elaborazione che coinvolge un numero elevato di grandezze.

Le operazioni richieste nell'acquisizione ed elaborazione dei segnali si possono raggruppare nelle seguenti categorie principali: acquisizione, conversione, memorizzazione, elaborazione e visualizzazione. Le apparecchiature e gli strumenti deputati a tali operazioni costituiscono la cosiddetta catena di misura.

Di seguito si descrive in breve la catena di misura ed i suoi principali componenti in particolare nella sua versione più completa (vedi Fig. 1.2).

Essa è costituita da:

- trasduttore;
- amplificatore e condizionatore del segnale;
- convertitore analogico/digitale (convertitore A/D);
- dispositivo di memorizzazione;

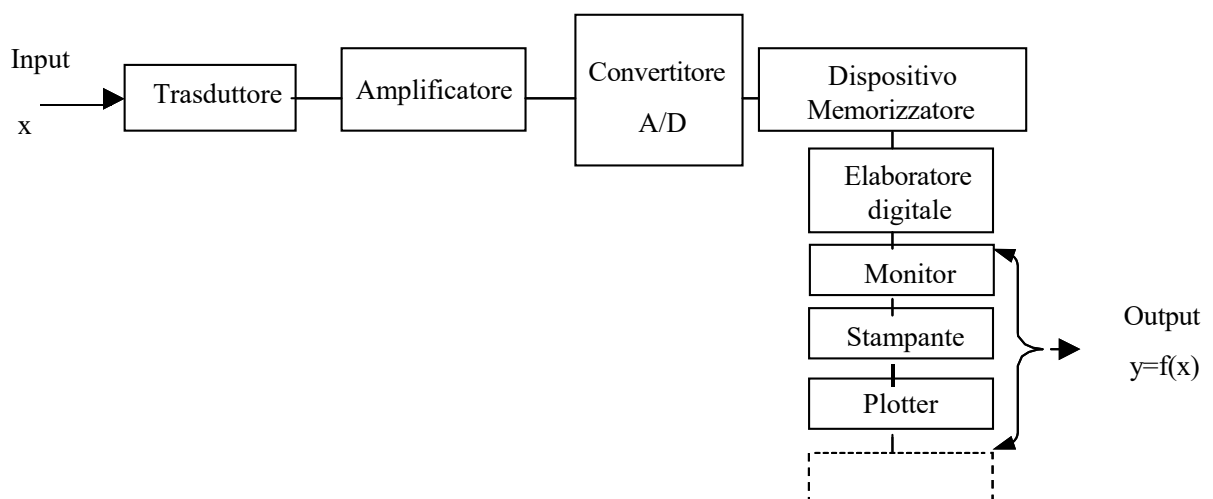


Fig 1.2: Catena di misura per un sistema digitale

- elaboratore di segnale;
- altri dispositivi (visualizzatore, stampante, plotter, ecc.).

La funzione del sistema di misura è sempre quella di determinare specifiche caratteristiche della grandezza che si intende misurare. Se si indica pertanto con x il segnale in ingresso (o i segnali in ingresso), attraverso la programmazione dello strumento si ottiene un'uscita $y=f(x)$.

1.3 Architettura di un moderno sistema di misura digitale

In Fig. 1.3 è visualizzato uno schema che rappresenta un sistema di misura moderno in cui sono presenti tutti i componenti visti nel paragrafo precedente[1,2]. Lo strumento si compone delle seguenti parti:

- il blocco di trasduzione del segnale da misurare;
- il blocco di condizionamento, acquisizione dati e conversione A/D (DAQ System);
- il processore che svolge le elaborazioni dei dati (DSP);
- il sistema di memorizzazione, visualizzazione e controllo (es. Personal Computer);
- il software per la programmazione e l'analisi.

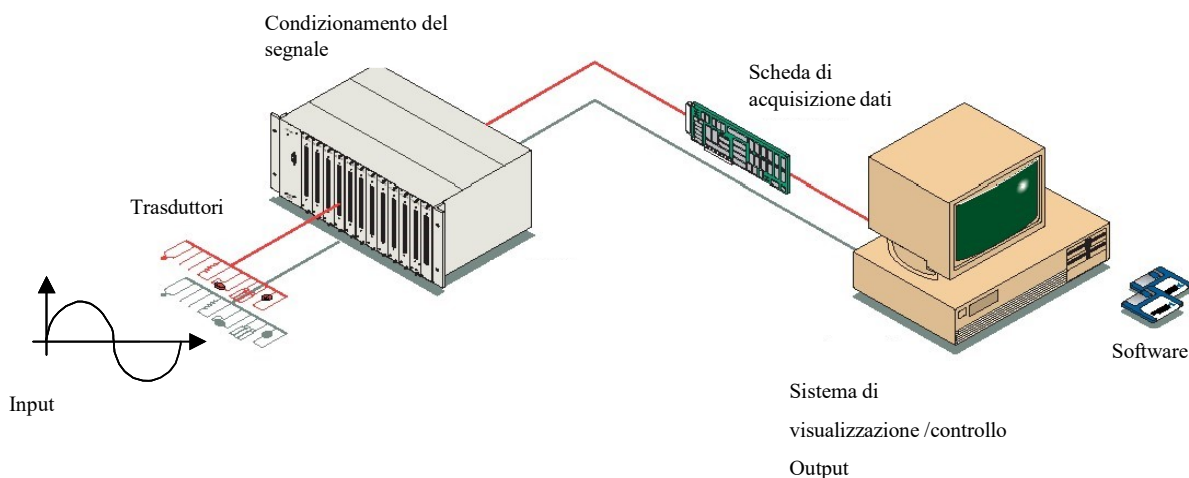


Fig. 1.3: Schema rappresentativo di un sistema di misura moderno

In generale, con il termine trasduttore si designa ogni dispositivo che opera una trasformazione tra grandezze fisiche diverse. Esso ha lo scopo di trasformare, secondo

una relazione nota tra le quantità in ingresso e in uscita, la misura di un fenomeno fisico di interesse in un segnale analogico.

La trasformazione può comprendere tre fasi fondamentali:

1. conversione della quantità fisica di interesse in una quantità meccanica intermedia;
2. conversione della quantità meccanica intermedia in una quantità elettrica intermedia;
3. conversione della quantità elettrica intermedia in una quantità elettrica finale, di solito una tensione.

Alcuni trasduttori possono conglobare due delle operazioni indicate, o anche tutte e tre, secondo la quantità fisica da misurare e la natura specifica del trasduttore. Ad esempio, la termocoppia, che è largamente usata come trasduttore di temperatura, converte una differenza di temperatura direttamente in una differenza di tensione senza passaggi intermedi. Ancora, un termometro a resistenza, anch'esso usato frequentemente come trasduttore di temperatura, dapprima converte una variazione di temperatura in una variazione di resistenza, quindi converte la variazione di resistenza in una variazione di tensione. In questo caso si ha una conversione in due soli passaggi.

Il trasduttore dovrebbe eseguire le operazioni sopra indicate senza modificare la storia temporale della grandezza in ingresso. In altri termini, detto $x(t)$ il segnale rappresentativo della grandezza in ingresso e $y(t)$ quello della grandezza in uscita, si dovrebbe avere $y(t) \propto x(t)$, essendo l'uscita proporzionale all'ingresso tramite una costante. Purtroppo questa è solo una situazione ideale, in quanto in pratica si ha sempre a che fare con le non linearità e le distorsioni che rappresentano una sorgente di errore in ogni acquisizione.

I dispositivi di condizionamento del segnale possono essere di natura differente, in relazione al tipo di segnale da trattare, e comunemente svolgono una o più delle seguenti funzioni principali:

- **Amplificazione:** l'amplificatore deve amplificare l'ampiezza del segnale proveniente dal trasduttore che, solitamente, è molto debole. I segnali di piccola ampiezza devono essere amplificati per ottenere una migliore conversione A/D. Per avere la massima accuratezza di conversione, il segnale deve essere amplificato fino al

massimo intervallo possibile per il convertitore (*full scale range* - FSR). Il guadagno dell'amplificatore è in genere regolabile e la sua scelta è lasciata all'operatore.

- **Isolamento:** un'altra funzione di signal conditioning è l'isolamento dei segnali provenienti dal trasduttore per questioni di sicurezza dell'operatore o delle apparecchiature, ad esempio, nel caso in cui il sistema DAQ sia collegato a un trasduttore di alte tensioni che può contenere elevate tensioni o elevati gradienti di tensione o di corrente. Un'ulteriore ragione è rappresentata dalla necessità di ridurre le differenze nei potenziali di riferimento delle masse o nelle tensioni di modo comune.

- **Filtraggio:** lo scopo del filtraggio è rimuovere dal segnale che si sta misurando, i contenuti di frequenza indesiderati. Un filtro passa-basso, ad esempio, permette il passaggio delle sole componenti a frequenza più bassa: il risultato del filtraggio è allora il segnale iniziale, in cui sono state eliminate le componenti alle frequenze più alte. Un filtro anti-rumore è usato per esempio quando si effettuano misure di segnali in DC (es. misure di temperatura) per rimuovere le componenti del segnale ad alta frequenza che possono ridurre l'accuratezza di misura. Il filtraggio si intende sempre in frequenza: il segnale in entrata ha un certo spettro di frequenza, il filtro permette il passaggio solo di certe componenti.

Il condizionatore di segnale può compiere anche altre eventuali operazioni, come ad esempio l'integrazione nel tempo, ecc. Un dispositivo integratore permetterebbe il passaggio da una misura di accelerazione alla velocità e/o dalla velocità allo spostamento, ecc.

Il blocco di condizionamento fa parte dell'intero sistema di acquisizione dati (DAQ) il quale contiene anche il campionario (circuitto di sample and hold - S&H) ed il convertitore A/D come è mostrato in Fig. 1.4. All'interno del sistema DAQ può essere presente anche il circuito di multiplexer, che ha il compito di collegare ciclicamente il

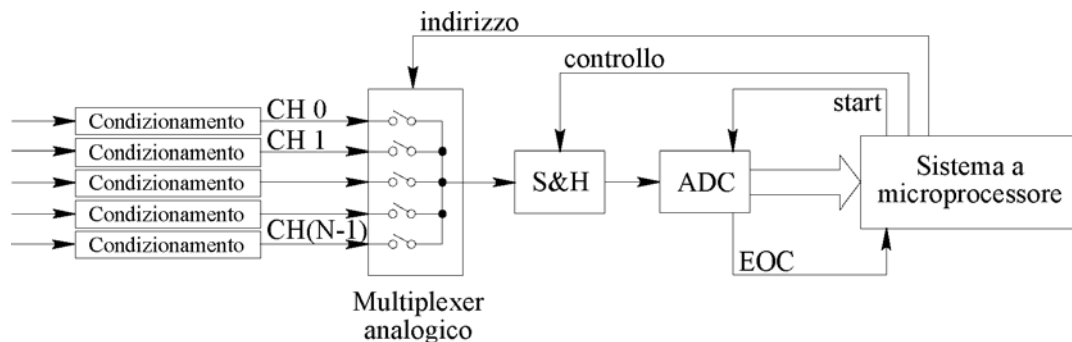


Fig 1.4: Schema sistema DAQ

campionatore S&H e il convertitore ADC ai diversi canali in ingresso CH0, CH1, ... CH(N-1).

Dopo il condizionamento, il segnale può essere inviato al sistema di campionamento attraverso un multiplexer e poi digitalizzato.

I compiti di gestione dell'acquisizione sono assegnati ad un microprocessore, solitamente quello che governa l'intero processo di misura. Esso fornisce il segnale di avvio del campionamento al circuito di *sample & hold* e, successivamente, il comando di inizio della conversione (*start*) al convertitore ADC. Quest'ultimo, completata la conversione, restituisce al processore il controllo della procedura tramite il segnale *end of conversion* (EOC).

La velocità di campionamento, con la quale può essere acquisito il segnale d'ingresso, dipende dalla durata di tutti questi compiti. Infatti, deve consentire l'immagazzinamento del dato nel campionatore S&H, la successiva conversione nel dispositivo ADC, il trasferimento del numero in una opportuna area di memoria del sistema. La velocità di campionamento f_c è legata pertanto alla velocità di conversione del segnale da analogico e digitale.

Dato un sistema di acquisizione dati che presenta, in generale, N canali in ingresso, detta f_c la frequenza di campionamento massima alla quale può operare il gruppo S&H e ADC, consegue che la massima frequenza con cui potrà essere campionato il canale i -esimo, risulta $f_i=f_c/N$. Questo è vero nell'ipotesi che siano trascurabili il tempo di commutazione del multiplexer da un canale al successivo e i problemi legati allo slew-rate del Sample & Hold.

Le principali specifiche per un sistema di acquisizione dati che ne indicano le sue potenzialità sono le seguenti:

- il numero di canali;
- la velocità di campionamento (sampling rate);
- la risoluzione (resolution);
- l'intervallo del segnale in ingresso (input range).

Il numero di canali è specificato nel caso si consideri la modalità di acquisizione single-ended oppure quella differenziale. Gli ingressi in modalità single-ended sono tutti riferiti a una massa comune, sono usati quando il segnale ha un'ampiezza maggiore di 1V ed i collegamenti non sono molto lunghi, altrimenti si dovrebbero usare gli ingressi in modalità differenziale. Tale modalità utilizza due canali per ciascun segnale.

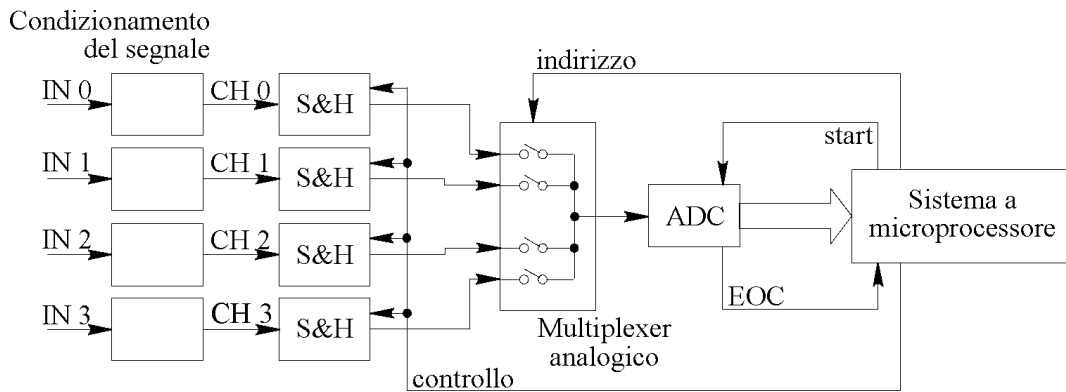


Fig.1.5 - Sistema a campionamento simultaneo

Nel sistema considerato in Fig.1.4 i campioni dei diversi canali risultano presi in sequenza e pertanto non è possibile disporre di campioni simultanei di più forme d'onda. In certe applicazioni può essere richiesto un campionamento simultaneo. Questa esigenza può essere soddisfatta con lo schema di Fig.1.5, impiegando tanti campionatori S&H quanti sono i canali in ingresso, pilotati dallo stesso segnale di controllo. In tal modo gli N campioni di un'acquisizione risultano sincroni, mentre rimane comunque sequenziale la conversione AD. Tale soluzione non consente evidentemente di superare i limiti sulla massima frequenza di campionamento per il canale *i*-esimo, che rimane pari a quella stabilita nel caso precedente ovvero $f_i < f_c/N$.

Una volta che i dati sono stati digitalizzati, questi possono essere immagazzinati nella memoria del personal computer per essere successivamente elaborati.

La funzione *f* di elaborazione può essere più o meno complessa ma si può comunque affermare che, almeno in linea teorica, i sistemi digitali permettono di effettuare qualunque tipo di elaborazione sul segnale/signali in ingresso. Con l'utilizzo di software dedicato si riesce a programmare e visualizzare l'elaborazione che si intende effettuare.

1.4 Concetti di elaborazione digitale del segnale

Ogni qualvolta devono essere effettuate delle misure digitali sui segnali, queste sono effettuate attraverso l'elaborazione digitale dei campioni.

Elaborare un segnale significa in pratica modificarne alcune caratteristiche oppure estrapolarne altre che possono non essere evidenti o di determinazione intuitiva.

Un esempio molto semplice di elaborazione di un segnale potrebbe per esempio essere quello di eliminare la componente continua di ampiezza k (offset) presente nel segnale sinusoidale come mostrato in Fig. 1.6.

In questo caso molto semplice, l'elaborazione del segnale è finalizzata ad eliminare la componente di offset presente sul segnale.

L'elaborazione potrebbe avvenire anche mediante circuiti analogici come resistori, induttori, condensatori, ecc; e in questo caso specifico basterebbe un semplice condensatore come è mostrato in Fig. 1.7., poiché il condensatore si comporta come un circuito aperto per le componenti in corrente continua.

Con l'elaborazione digitale è necessario convertire preliminarmente il segnale da analogico in digitale $s(t) \rightarrow s_c(t)$ e quindi sottrarre al valore numerico di ciascun campione $s_c(t)$ il valore medio k del segnale mediante l'equazione (1.1).

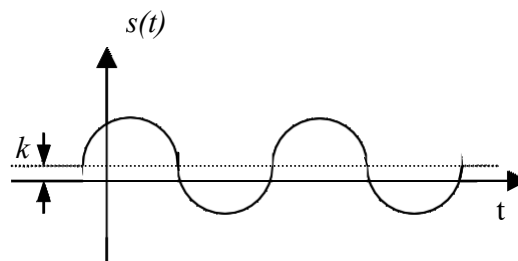


Fig. 1.6: Segnale analogico con componente di offset

$$s_k(t) = s_c(t) - k \quad (1.1)$$

Nella Fig. 1.8 viene mostrato tutto il processo conversione A/D e di elaborazione digitale che permette di ottenere lo stesso effetto del sistema analogico. Se si volesse avere nuovamente un segnale analogico continuo basterebbe ricostruire il segnale

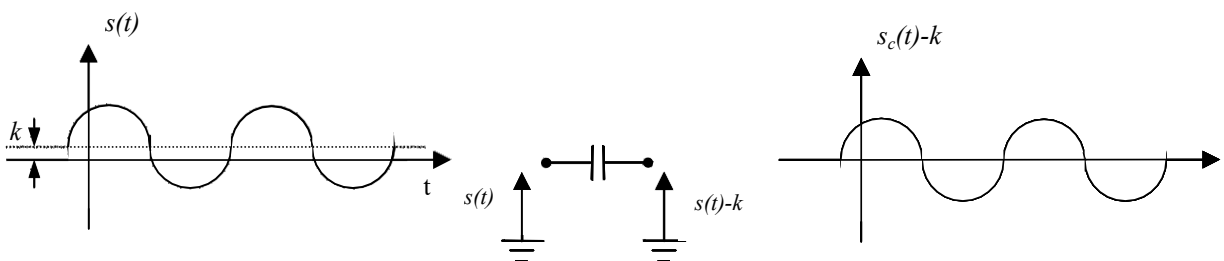
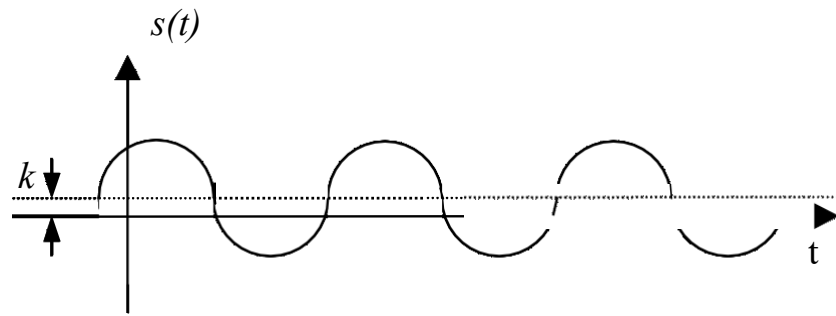
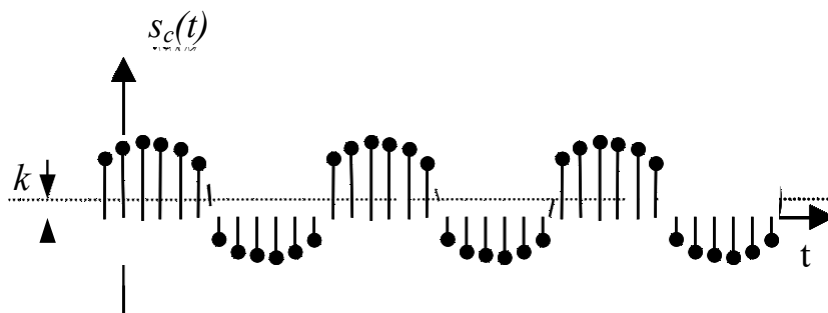


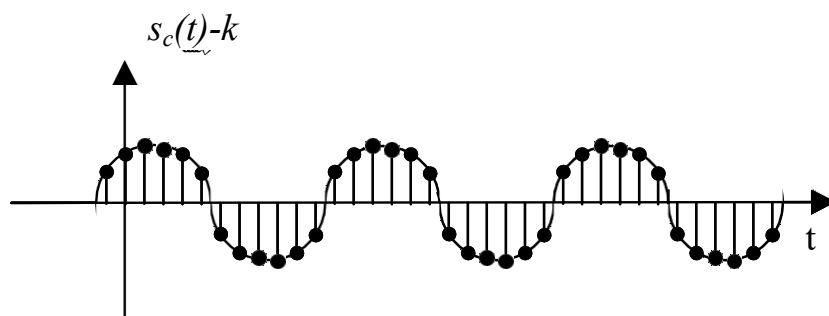
Fig. 1.7: Elaborazione analogica del segnale



a) segnale analogico



b) segnale analogico campionato



c) segnale campionato ed elaborato

Fig 1.8: Elaborazione di un segnale analogico

mediante un convertitore D/A.

I sistemi di elaborazione mediante elaborazione digitale (*digital signal processing-DSP*) del segnale furono introdotti per poter superare alcune limitazioni dei sistemi di elaborazione di tipo analogico. Infatti, l'elaborazione di segnali mediante elementi analogici può essere condizionata negativamente per via delle intrinseche tolleranze di questi ultimi. Inoltre, ogni applicazione analogica è specifica per un dato scopo e non possiede la flessibilità che presenta un'applicazione di tipo digitale.

Tutti questi vantaggi consentono che la diffusione dei sistemi digitali nelle più svariate applicazioni come indicato in tabella 1.1.

DSP	Space	-Space photograph enhancement -Data compression -Intelligent sensory analysis by remote space probes
	Medical	-Diagnostic imaging (CT, MRI, ultrasound, and others) -Electrocardiogram analysis -Medical image storage/retrieval
	Commercial	-Image and sound compression for multimedia presentation -Movie special effects -Video conference calling
	Military	-Radar -Sonar -Ordnance guidance -Secure communication
	Scientific	-Earthquake recording & analysis -Data acquisition -Spectral analysis -Simulation and modelling
	Telephone	-Voice and data compression -Echo reduction -Signal multiplexing -Filtering
	Industrial	-Oil and mineral prospecting -Process monitoring & control -Non-destructive testing -CAD and design tools

Tabella 1.1: Aree di applicazione dell'elaborazione digitale dei segnali

I sistemi digitali portano invece altri vantaggi specifici, tra questi sono da segnalare l'immunità ai disturbi e la possibilità di effettuare elaborazioni complesse. Alcune di queste elaborazioni sono elencate in Tabella 1.2.

Algoritmo di elaborazione	Espressione matematica
Filtro a risposta finita FIR Finite Impulse Response Filter	$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n - k)$
Filtro a risposta infinita IIR Infinite Impulse Response Filter	$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n - k) + \sum_{k=1}^N b_k y(n - k)$
Convoluzione	$y(n) = \sum_{k=0}^N x(k)h(n - k)$
Trasformata discreta di Fourier Discrete Fourier Transform DFT	$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp[-j(2\pi / N)nk]$

Tabella 1.2: Esempi di elaborazioni digitale

Tra gli esempi della tabella 1.2 si prenda in considerazione la realizzazione di un filtro digitale FIR. L'uscita del segnale elaborato dal filtro dipende da un certo numero di campioni che sono stati memorizzati nel calcolatore (es. 100 campioni).

L'espressione del filtro che corrisponde all'espressione (1.2):

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} b_k \cdot x[n-k] \quad (1.2)$$

dove:

- $x[n]$ rappresenta l'ingresso attuale;
- b_k è il generico coefficiente per il campione preso all'istante n-k;
- $y[n]$ rappresenta l'output del filtro all'istante attuale;
- N è il numero di coefficienti del filtro (ordine del filtro).

Il filtro si può anche schematizzare come in Fig. 1.9, dove i blocchi z^{-1} sono i ritardi.

L'esempio del filtro FIR è stato introdotto per fare delle considerazioni sulla potenzialità dei sistemi digitali di poter operare in tempo reale come i sistemi analogici.

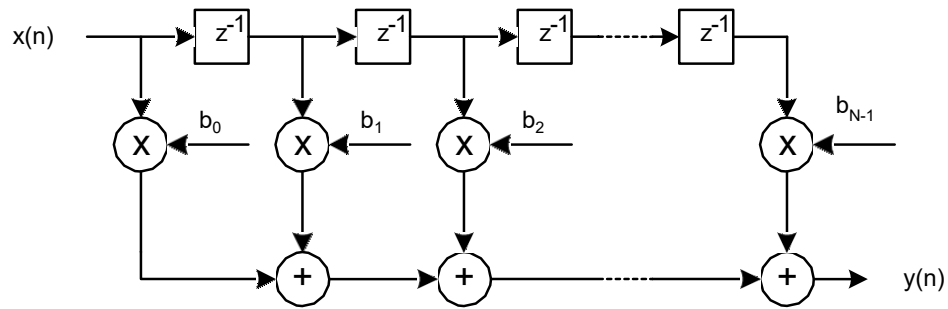


Fig.1.9: Schema di un filtro FIR

Per realizzare un filtro FIR in tempo reale, è necessario che l'algoritmo in (1.2) sia svolto nel tempo che intercorre tra l'acquisizione di due campioni successivi. L'applicazione può essere *real-time* solo se il tempo d'attesa, tra l'elaborazione e l'acquisizione del campione successivo, è maggiore di zero o al più nullo (vedi Fig. 1.10).

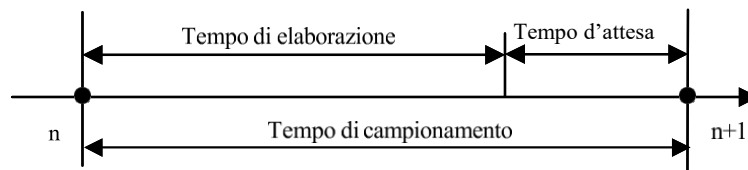


Fig. 1.10: Fasi di un'applicazione Real Time

Infine si vogliono fare alcune considerazioni sulla tipologia dei processori che vengono normalmente utilizzati per l'elaborazione dei segnali. Non sempre sono usati i processori dei personal computer o general purpose processors (GPP) (es. la famiglia Pentium) ma in alcuni casi, quando sono richieste prestazioni particolari, si ricorre ai digital signal processors DSP o ai microcontrollori.

I digital signal processors risultano più adatti quando si hanno le seguenti necessità:

- Risparmiare sui costi;
- Avere ridotti ingombri;
- Bassi consumi di potenza (energia dissipata);
- Processare segnali ad alta frequenza in real-time.

I *general purpose processors* sono usati invece dove si richiede:

- Disponibilità di memorie di vaste proporzioni;
- Uso di sistemi operativi avanzati.

Si noti infine che quando si deve effettuare l'elaborazione dei segnali non sempre è possibile utilizzare i sistemi digitali. In alcune applicazioni particolari può essere necessario ricorrere a sistemi di tipo analogico. Per esempio quando i segnali da trattare hanno un contenuto armonico molto elevato e non si dispone di sistemi di conversione A/D in grado di effettuare un campionamento che rispetti i principi del teorema di campionamento, oppure quando l'elaborazione è troppo complessa perché sia svolta on-line.

1.5 La strumentazione virtuale

La strumentazione basata sull'elaborazione di dati digitali iniziò a diffondersi negli anni '90, quando cominciarono a svilupparsi sistemi in grado di digitalizzare i segnali analogici per poi essere processati attraverso un calcolatore elettronico. Nello stesso tempo il settore dei sistemi di misura e controllo cominciò a svilupparsi dal misurare i soli parametri di tipo elettrico ed elettronico fino ad includere le misure nei campi della meccanica, della chimica, dell'ingegneria civile e della medicina. Quest'evoluzione è stata possibile anche grazie all'aumento della velocità e delle capacità dei moderni elaboratori, diventati nel tempo il cuore dei moderni strumenti di misura specie in tutte quelle applicazioni industriali che richiedevano le misure e il controllo in tempo reale e la trasmissione dei dati attraverso le reti informatiche [3,4].

Nel paragrafo 1.3 si è esaminata l'architettura di un moderno sistema digitale, sono stati analizzati in dettaglio tutti i componenti che consentono di trasformare il segnale che deve essere misurato nella sua forma digitale. Il segnale digitale può essere elaborato, memorizzato, visualizzato, può essere riconvertito in segnale analogico e trasmesso a distanza tramite la rete internet. Queste operazioni possono essere svolte grazie ad un semplice personal computer. E' il computer che comanda il sistema di acquisizione dati, i sistemi di interconnessione per il trasferimento dati, le elaborazioni, ecc.. Tutto ciò ha portato alla creazione e allo sviluppo dei cosiddetti *strumenti virtuali* (Virtual Instruments, VI).

Gli strumenti di misura *virtuali* sono in realtà strumenti veri in quanto in grado di effettuare misure vere e proprie. Essi sono chiamati virtuali soltanto perché non esiste un vero e proprio oggetto fisico che costituisce lo strumento nel senso comune del termine, e lo strumento è creato mediante il personal computer ed il software.

Attraverso il software è possibile creare una riproduzione *virtuale* degli strumenti hardware comunemente impiegati nelle misure. Il notevole successo che questi metodi di realizzazione di strumenti di misura digitali stanno conoscendo negli ultimi anni deriva soprattutto dalla loro flessibilità, intesa come possibilità di essere adattati a specifiche esigenze di misura. Uno strumento virtuale realizzato può, infatti, essere modificato per esempio per migliorarne le potenzialità, variando semplicemente il codice di calcolo che lo definisce, senza alcun intervento sull'hardware.

I sistemi di misura virtuale sono stati introdotti per semplificare il progetto, l'implementazione e l'uso della strumentazione di misura programmabile mediante l'adozione di interfacce grafiche facilmente comprensibili dagli utenti. Questi strumenti digitali permettono di implementare tutti gli algoritmi di misura di cui si ha bisogno, e questa implementazione è quasi immediata anche per gli utenti non esperti di programmazione [5]

Un software che si è notevolmente diffuso sia nei laboratori sia nelle industrie e nei centri di ricerca è il programma LabView che permette la realizzazione di strumenti virtuali che sfruttano, per la fase di elaborazione dei dati, i processori dei comuni personal computer, consentendo così lo sfruttamento di risorse hardware generiche.

L'utilizzo del programma consente di creare l'algoritmo di misura attraverso la selezione di blocchi di elaborazione già predisposti nelle librerie del programma per l'analisi e l'elaborazione dei segnali acquisiti, l'analisi statistica, l'interpolazione, il filtraggio, ecc..

LabView è un linguaggio di programmazione grafica specifico per la realizzazione di sistemi di misura che permettono di gestire il dialogo tra mondo fisico e calcolatore [6]. E' possibile comandare schede di acquisizione dati, gestire da remoto diverse centinaia di strumenti tramite interfaccia GPIB (IEEE 488) o porte seriali RS232, sistemi VXI, ecc.. Nelle versioni più moderne la flessibilità d'impiego viene ulteriormente potenziata grazie alla compatibilità con diversi linguaggi di programmazione e calcolo molto diffusi (per esempio Matlab), oltre che alle possibilità di utilizzo in rete.

LabView offre tutte le funzionalità (definizione di variabili intere, reali o logiche, gestione di strutture dati complesse come matrici e cluster, cicli di iterazione, istruzioni condizionali, ecc.) tipiche dei linguaggi di programmazione, come il C, FORTRAN, ecc. ma presenta un'interfaccia verso l'utente più intuitiva e più adatta al controllo

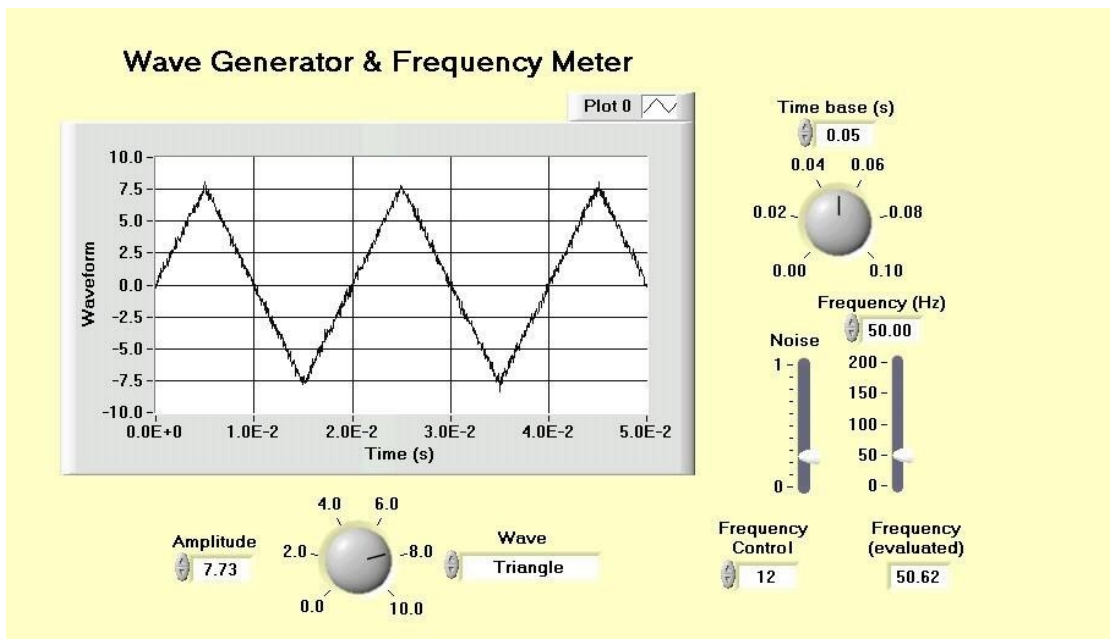


Fig.1.11: Pannello frontale per uno strumento virtuale

interattivo dello strumento. Gli elementi fondamentali per la definizione di uno strumento virtuale sono infatti due: il *pannello frontale* e il *diagramma a blocchi*.

Il pannello frontale rappresenta, sul monitor del calcolatore, tutti gli elementi di visualizzazione e di controllo, con un aspetto simile a quello degli strumenti reali. Questa è l'interfaccia con l'utente il quale, ha la possibilità di inserire dati e osservare, in modo numerico o grafico, l'andamento delle grandezze di interesse.

In Fig.1.11 viene mostrato un esempio di pannello frontale appartenente ad uno strumento, virtuale realizzato per la generazione di forme d'onda, che consente di

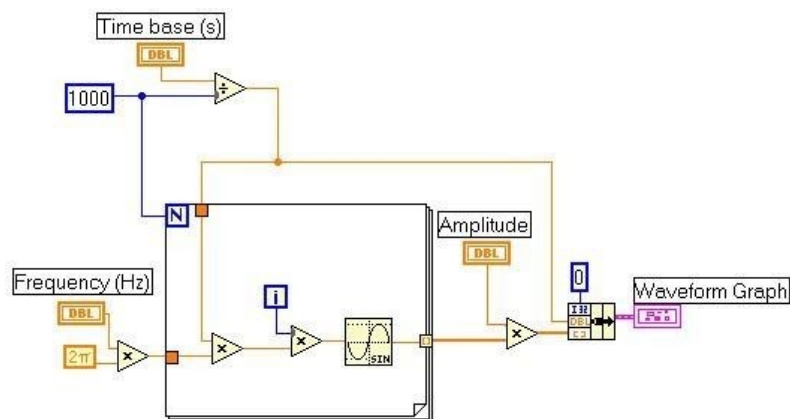


Fig.1.12: Schema a blocchi per la generazione della forma d'onda

generare una forma d'onda variabile per tipologia, frequenza e ampiezza. Il controllo sulla frequenza della forma d'onda generata è effettuato dallo stesso strumento attraverso una misura digitale di frequenza.

Il diagramma a blocchi costituisce il cuore dello strumento e stabilisce come i vari dati (segnali acquisiti, parametri interni, variabili di controllo impostate dall'operatore, ecc.) debbano interagire tra loro per conseguire il risultato finale.

Le funzionalità dello strumento sono realizzate interconnettendo opportuni blocchi mediante un diagramma. I diversi blocchi, rappresentativi di operazioni elementari o di intere sottoporzioni di programma, sono connessi tra loro mediante delle linee che rappresentano il flusso dei dati di calcolo all'interno dello strumento. In fig. 1.12 è rappresentata una porzione dello schema a blocchi che realizza la generazione della forma d'onda con i valori di ampiezza e frequenza imposti dall'utente.

In Fig. 1.13 è rappresentata una porzione dello schema a blocchi che realizza la misura di frequenza.

Come negli strumenti reali, attraverso la separazione tra pannello frontale e schema a blocchi, la parte accessibile all'utente risulta nettamente separata da quella che determina le funzionalità dello strumento, di competenza del programmatore.

Se non vi è dubbio sulle grandi potenzialità di queste tipologie di strumenti, alcune questioni di fondamentale importanza sono legate all'utilizzo delle misure

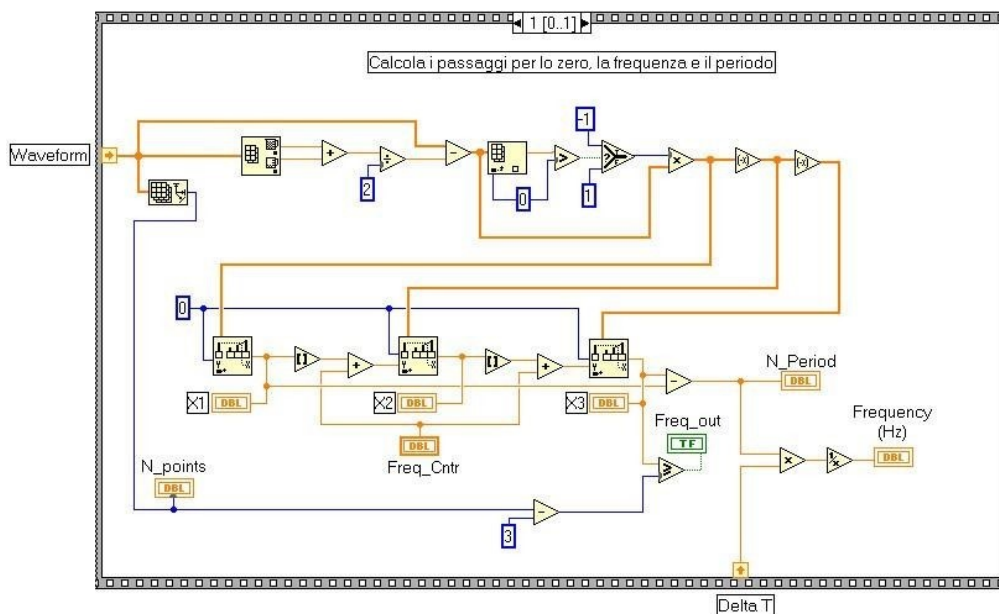


Fig.1.13: Schema a blocchi per la misura digitale di frequenza

ottenute. In particolare, utenti non esperti di metrologia possono realizzare sistemi di misura ed usare i risultati ottenuti in modo improprio, senza preoccuparsi se la procedura di misura è corretta, è completa, è teoricamente realizzabile, quali siano i suoi limiti e, soprattutto, senza saper fornire un'informazione fondamentale: quella relativa all'incertezza del risultato ottenuto.

Qual è l'influenza dell'elaborazione digitale sull'incertezza di misura?

Come l'incertezza che influenza ciascun campione digitale si propaga attraverso il modello di misura?

Come può essere determinata l'incertezza del risultato di una misura digitale?

Lo scopo di questo lavoro è fornire una possibile risposta a queste domande.

CAPITOLO 2

L'INCERTEZZA DI MISURA

E LA SUA VALUTAZIONE

2.1 Introduzione

Le operazioni e le attività collegate con le misure rivestono un ruolo di primo piano nel mondo industrializzato. Le misure sono importanti nei processi industriali, nelle attività progettuali e produttive, nella valutazione dello stato dell'ambiente e di eventuali pericoli per l'uomo, ecc. Le misure hanno pertanto un indiscusso ruolo interdisciplinare e sono in continuo aumento le aree dove si sente l'esigenza di sviluppare nuovi metodi di misura, ad esempio il controllo di qualità, la diagnostica medica, la bioingegneria, le nanotecnologie, ecc.

Per questi motivi, la determinazione dell'incertezza che inevitabilmente influenza tutte le misure è un compito delicato, anche in vista del suo successivo impiego pratico, ad esempio nelle verifiche di conformità in campo tecnico, commerciale o legale.

In questo capitolo, sono introdotti i concetti ed alcune definizioni basilari del mondo della metrologia. Inoltre, sono illustrate le procedure da seguire in ogni processo di valutazione dell'incertezza di una misura.

Uno dei metodi illustrati è prescritto dalla ISO-GUM, *Guide to the expression of uncertainty in measurement* - pubblicata congiuntamente da CIPM (Comitè International de Poids et Mesures), ISO (International Standard Organization), IEC (International Electrotechnical Commission), IFCC (International Federation of Clinical

Chemistry), IUPAC(International Union of Pure and Applied Chemistry, IUPAP (International Union of Pure and Applied Physics) ed OIML (Organization Internationale de Métrologie Legale) con l'intento di fornire criteri uniformi a livello mondiale con i quali poter valutare l'incertezza di misura.

E' illustrato anche il metodo basato sull'applicazione dei concetti del calcolo statistico e della speranza matematica. Inoltre, mediante un esempio di applicazione, i due metodi sono analizzati con l'intento di evidenziarne le caratteristiche principali e i limiti nei casi di frequente applicazione pratica.

2.2 Il concetto di misurazione, misura e incertezza

Chiunque si accinga ad effettuare misure, deve avere familiarità con i concetti base della metrologia: *processo di misurazione, misura ed incertezza*.

Un processo di misurazione è in generale costituito dall'insieme di operazioni necessarie per determinare il valore di un parametro di un dato sistema, interagendo con il sistema stesso mediante appositi strumenti.

Nella pratica delle misure si adottano le seguenti definizioni:

- **sistema di misurazione:** insieme degli strumenti che consentono la misurazione;
- **sistema misurato:** il sistema sottoposto a misurazione allo scopo di determinare il valore di un suo parametro;
- **misurando:** parametro che si deve misurare;
- **misura:** risultato numerico che si ottiene in seguito alla misurazione;
- **ambiente:** l'insieme di tutti i sistemi che possono interagire con il sistema misurato e il sistema di misurazione.

Lo scopo della misurazione è determinare il valore del misurando, considerando peraltro che, il suo risultato dipende anche dal valore assunto da molte altre grandezze concernenti il sistema misurato, i dispositivi usati e le condizioni ambientali.

Storicamente, nella teoria delle misure si è fatto uso dei concetti di *valore vero* e di *errore*. Si parlava di *valore vero* riferendosi al valore che il misurando assumerebbe se la misurazione non fosse affetta da errori. La presenza di inevitabili errori sistematici o casuali nella misurazione impedisce di trovare il valore vero del misurando, fintanto che uno dei postulati fondamentali della teoria della misura sancisce che il valore vero di una grandezza accessibile sperimentalmente, è di per sé non conoscibile. Questo, sia

perché non è definibile in modo rigoroso, sia perché non è completamente accessibile dalla strumentazione. Ne consegue che, una data misura, risulterebbe essere semplicemente un'approssimazione del valore vero scostandosi da questo di una certa quantità che era definita *errore*.

Nonostante la crescente diffusione dei riferimenti internazionali per la terminologia da usare nel campo delle misure, nell'ambito delle scienze sperimentali anche la parola errore continua ad essere utilizzata con il significato di incertezza o accuratezza, cioè come quell'entità di cui risentono inevitabilmente tutte le misure.

Se si potessero trattare le incertezze sperimentali alla stregua di veri e propri errori, basterebbe agire sulle fonti di questi o sforzarsi di operare nel modo più accurato possibile per eliminarli invece, è inevitabile che essi siano presenti nel processo di misura. Il termine errore non è usato in questo lavoro con il significato sopra esposto ma si intenderà piuttosto per *sorgente d'errore* ogni causa che può influenzare il risultato di una misura.

Relativamente al valore vero bisogna specificare che esiste un problema di definizione del concetto stesso in quanto nessuna quantità fisica può essere determinata con completa certezza. Anche operando con la massima cura non si riuscirebbe mai ad eliminare totalmente le incertezze, queste potrebbero essere solo ridotte fino a renderle estremamente piccole. Il fatto che, al ripetere della misura, si trovino valori diversi al di sopra di una certa soglia di accuratezza e il non poter quindi eliminare del tutto le incertezze, nega l'esistenza di un valore vero.

L'International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology (VIM) [7] introduce il termine incertezza come parametro associato con il risultato di una misura che caratterizza la dispersione dei valori che possono essere ragionevolmente attribuiti al misurando.

L'incertezza del risultato di una misurazione costituisce, in fondo, la mancanza di una conoscenza esatta del misurando ed è dovuta a numerosi fattori, fra i quali:

- Definizione incompleta del misurando e sua imperfetta realizzazione;
- Inadeguata conoscenza delle condizioni ambientali, o dei loro effetti sulla misurazione;
- Distorsione personale dell'operatore nella lettura di strumenti analogici.
- Risoluzione finita degli strumenti;
- Valori non esatti dei campioni e dei materiali di riferimento;

- Valori non esatti delle costanti e dei parametri usati per gli algoritmi di valutazione;
- Approssimazioni o semplificazioni del metodo o del procedimento sperimentale;
- Variazioni del misurando in condizioni apparentemente identiche.

Ogni qualvolta una quantità è misurata ripetutamente nelle stesse condizioni di misura, i risultati che si ottengono sono differenti a causa dei fattori citati, e ciò nega ulteriormente l'esistenza di un valore unico, quello vero, per la grandezza misurata.

In definitiva, il risultato di una misurazione, costituisce sempre una stima del valore del misurando e l'incertezza di misura esprime pertanto la fascia entro cui, con una certa probabilità, sono contenuti i suoi valori.

Si noti in ogni modo che la fascia di incertezza sperimentale, non fissa una linea di demarcazione netta tra il risultato corretto e quello che invece può essere un valore completamente inconsistente, si può peraltro affermare che, all'interno del cosiddetto intervallo di confidenza, c'è una maggior probabilità di avere individuato il valore effettivo della grandezza che si misura.

Il valore dell'incertezza di una misura dipende dall'influenza di tutte le cause d'errore, di tipo casuale e sistematico, insite nel processo di misurazione (imprecisioni negli elementi del sistema di misura e nel modello adottato) e richiede la modellizzazione delle diverse cause d'incertezza.

2.3 La guida internazionale ISO-GUM

La guida internazionale *Guide to the expression of uncertainty in measurement* – GUM [8] fornisce le indicazioni circa la determinazione dell'incertezza di misura nei casi concreti, e contiene le linee guida fondamentali per l'analisi e il trattamento dei dati sperimentali. Lo scopo di queste linee guida è cercare di ottenere una stima quantomeno realistica della consistenza dell'incertezza da dichiarare ogni qualvolta si effettuano misurazioni in campo industriale, commerciale, sanitario, ambientale, ecc.

La guida GUM si applica sia alle misure ottenute per via diretta sia a quelle ottenute per via indiretta ovvero a quelle misure in cui il misurando Y è legato tramite una relazione funzionale f ad N grandezze X_1, X_2, \dots, X_N secondo la (2.1):

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

La GUM classifica inoltre le incertezze nelle categorie A e B in base al metodo utilizzato per stimarle. Precisamente, sono di categoria A quelle valutate per mezzo dell'analisi statistica di serie di osservazioni e l'incertezza viene determinata dallo stesso esperimento o misurazione che si sta effettuando.

Sono invece di categoria B le incertezze valutate con mezzi diversi, ad esempio attraverso:

- dati di misurazioni precedenti;
- specifiche tecniche dichiarate dal costruttore;
- dati forniti in certificati di taratura o altri;
- incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali.

Nella valutazione dell'incertezza di misura si ipotizza che gli errori sistematici (bias, polarizzazioni) eventualmente presenti nella misura siano stati corretti.

2.3.1 Valutazione dell'incertezza di tipo A

L'incertezza valutata con metodi di tipo A è ottenuta dallo stesso esperimento o misurazione che si sta effettuando.

Si supponga per esempio di eseguire un numero N di misure del misurando Y , e siano y_i le sue stime (valori misurati). Si ipotizzi che le misure y_i assumano soltanto un certo numero di valori distinti appartenenti ad un insieme di valori discreti equispaziati. E' allora possibile rappresentare il comportamento del misurando a partire da un campione delle N misure tracciando l'istogramma delle frequenze f_k , dove:

- $f_k = \frac{m_k}{N}$;
- m_k = numero di ripetizioni della k -esima misura y_k appartenente al campione.

In Fig. 2.1 è riportato un esempio di istogramma con il numero di occorrenze che il valore della misura cada tra y_k e y_{k+1} .

Nella pratica, per un certo numero di ragioni, si rilevano istogrammi come in Fig. 2.1 che sono asimmetrici e irregolari. Tuttavia, quando la variabile misurata è stimata mediante un campione sufficientemente ampio ove essa può assumere un numero altissimo di valori, ed è ottenuta mediante la composizione di un gran numero di componenti casuali, l'istogramma tende ad avere per involuppo una curva continua. Al tendere della numerosità del campione ad infinito, si ottiene una curva tipo quella

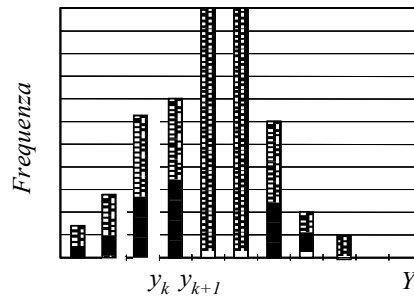


Fig. 2.1: Istogramma per una serie di N misure

mostrata in Fig.2.2 b), in cui l'ascissa rappresenta l'insieme dei valori della variabile e l'ordinata rappresenta il valore funzione densità di probabilità (*probability density function*) $pdf(y)$.

La $pdf(y)$ possiede le caratteristiche elencate in (2.2)

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{1) } pdf(y) \geq 0 \\
 \mathbf{2) } Prob(y \in dy) = pdf(y) \cdot dy \\
 \mathbf{3) } Prob(y \in [y_1, y_2]) = \int_{y_1}^{y_2} pdf(y) \cdot dy \\
 \mathbf{4) } \int_{-\infty}^{+\infty} pdf(y) \cdot dy = 1
 \end{array} \right. \quad (2.2)$$

Si è osservato che la maggior parte dei fenomeni naturali caratterizzati da una serie di eventi casuali che somiglia ad una distribuzione di probabilità Normale o Gaussiana (Fig. 2.3 a)), ha una distribuzione gaussiana.

A seconda del tipo di sorgente di incertezza sono possibili anche altre distribuzioni come quella rettangolare o uniforme (Fig. 2.3 b)) dove tutti i valori all'interno di un intervallo [a,b] sono equiprobabili. La probabilità di avere un risultato al di fuori del suddetto intervallo è ovunque nulla.

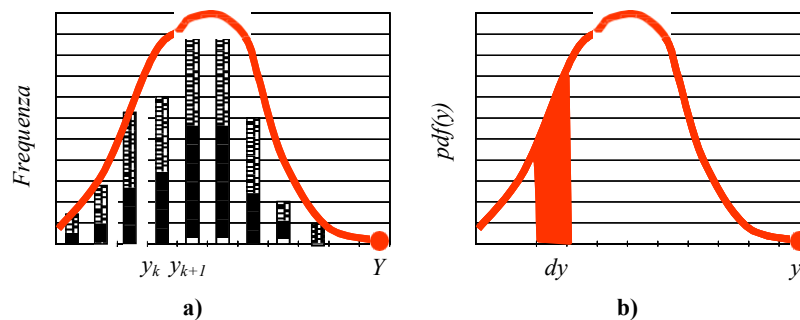


Fig. 2.2: Istogrammi e pdf

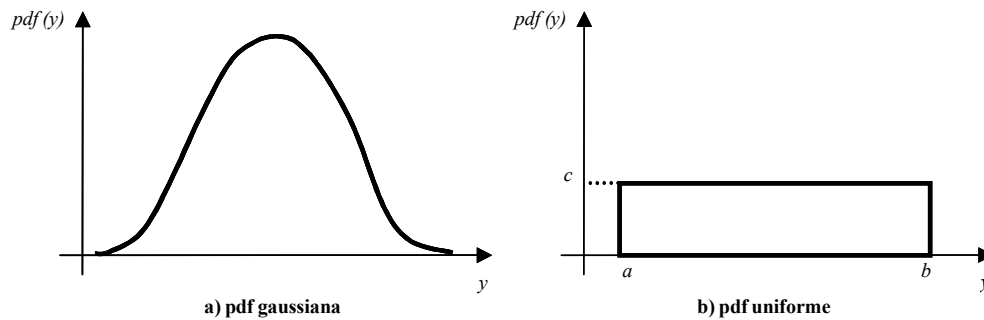


Fig. 2.3: Distribuzioni di probabilità sperimentali

Per una serie di misure ottenute attraverso una campagna di misura, si definisce *miglior stima del misurando* o *stima corretta del valor medio*, la media delle stime (misure, campioni) calcolata secondo la (2.3):

$$\mu_Y = \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.3)$$

La varianza dei valori y_i calcolata secondo la (2.4):

$$\sigma_Y^2 = s^2(y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.4)$$

costituisce la stima della varianza dell'insieme delle N misure (popolazione) e la sua radice quadrata (2.5):

$$\sigma_Y = s(y) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.5)$$

è lo scarto tipo sperimentale o deviazione standard.

Il divisore $v=N-1$ è il numero di gradi di libertà, ed è pari al numero dei termini della somma meno il numero dei vincoli sulla somma, in questo caso pari esclusivamente a quello rappresentato dall'equazione dello stimatore del valor medio (2.3) che consente di ottenere uno dei campioni in funzione di tutti gli altri (2.6):

$$y_k = \bar{y} - \frac{1}{N-1} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N y_i \quad (2.6)$$

La stima di Y sarà pertanto tanto migliore quanto maggiore è il numero di gradi di libertà. Poiché l'obiettivo è quello di determinare l'incertezza di Y, è necessario determinare lo scarto tipo della media \bar{y} . Per ottenere ciò è necessario effettuare M campagne di misura, in ciascuna delle quali si raccolgono N misurazioni dalle quali si

possono calcolare i valori \bar{y}_m . Da questi poi, si può calcolare la varianza $s(\bar{y}_m)$ che, nell'ipotesi dell'indipendenza statistica dei campioni sarà pari alla (2.7) [8,9]

$$s^2(\bar{y}_m) = \frac{s^2(y)_i}{N} \quad (2.7)$$

Si ottiene l'incertezza ottenuta mediante una valutazione di tipo A (2.8)

$$u_A(Y) = s(\bar{y}_m) \quad (2.8)$$

Secondo la Guida GUM, il risultato della misura allora si presenterà come la (2.9)

$$Y = \bar{y} + u_A(Y) \quad (2.9)$$

La guida GUM prescrive che, oltre all'incertezza di misura, debbano essere date anche indicazioni qualitative sul valore di incertezza dichiarato. In particolare, si deve fornire la *probabilità di copertura* o *livello di fiducia* che corrisponde al valore di incertezza dichiarato.

Anziché il valore di $u_A(Y)$ viene allora dichiarato il valore ottenuto tramite (2.10):

$$U = k \cdot u_A(Y) \quad (2.10)$$

U prende il nome di *incertezza estesa* e ci si aspetta che il misurando Y sia compreso entro l'intervallo $[y - U, y + U]$ con una probabilità che dipende dal *fattore di copertura* k .

Si noti che, nel caso di un numero teoricamente infinito di misure, il valore di k è direttamente legato alla distribuzione di probabilità del misurando. Se si ipotizza una distribuzione delle probabilità di tipo normale o gaussiano (vedi Fig. 2.4) allora scegliere:

- $k = 1$ corrisponde a un livello di fiducia del 68.3%;
- $k = 2$ corrisponde a un livello di fiducia del 95.5%;
- $k = 3$ corrisponde a un livello di fiducia del 99.7%.

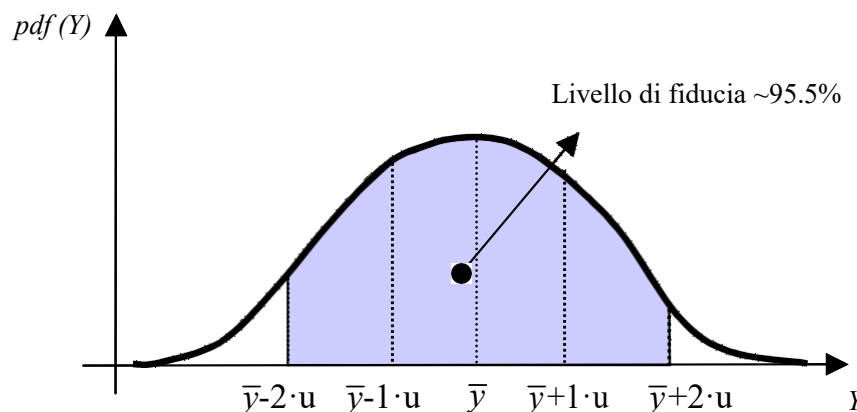


Fig. 2.4: Distribuzione di probabilità del misurando

2.3.2 Valutazione dell'incertezza di tipo B

L'incertezza di tipo B può essere stimata senza la necessità di dover effettuare una ripetizione di misure ma utilizzando semplicemente certificati di taratura, specifiche tecniche dichiarate dal costruttore, dati presi da manuali, la conoscenza del modello utilizzato per descrivere i fenomeni che intervengono nella misura e così via. Nell'incertezza di tipo B è fondamentale l'esperienza dell'operatore che, dall'analisi del processo di misura, valutando le diverse cause di incertezza, riesce a valutare l'intervallo entro il quale il risultato della misura può plausibilmente presentarsi. Associando quindi, in modo logico, una specifica densità di probabilità a tale intervallo, è possibile determinare l'incertezza di tipo B, $u_B(Y)$.

Nel caso in cui l'insieme di valori della variabile d'uscita non possa essere descritto mediante una distribuzione gaussiana ma, ad esempio, uniforme o triangolare come in Fig. 2.5, questa potrà essere determinata utilizzando le formule del calcolo probabilistico illustrate nei paragrafi successivi e che conducono ai valori riportati nel seguito.

Il valore medio e la varianza per la distribuzione uniforme sono date dalle equazioni (2.11):

$$\begin{cases} \mu_Y = \frac{b-a}{2} \\ \sigma_Y^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \end{cases} \quad (2.11)$$

Nel caso invece di una distribuzione triangolare simmetrica dall'equazione (2.12):

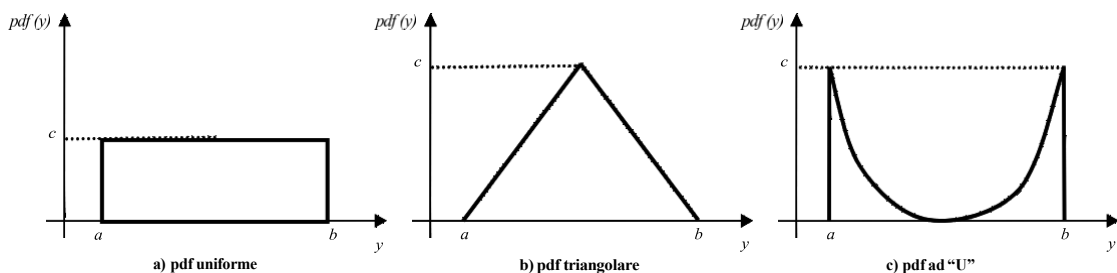


Fig. 2.5: Esempi di distribuzioni di probabilità

$$\begin{cases} \mu_Y = \frac{b-a}{2} \\ \sigma_Y^2 = \frac{(b-a)^2}{6} \end{cases} \quad (2.12)$$

Nella pratica può capitare anche un altro tipo di distribuzione, definita distribuzione ad “U”, derivante dall’equazione (2.13):

$$\begin{cases} \mu_Y = \frac{b-a}{2} \\ \sigma_Y^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \end{cases} \quad (2.13)$$

Infine, nel caso in cui la distribuzione di probabilità fosse di altre forme, anche irregolari, è sempre possibile determinare, mediante il calcolatore, l’intervallo che include per esempio il 95% dei valori, il 97% dei valori, o la probabilità di copertura necessaria.

In ogni caso, la norma internazionale suggerisce di usare una probabilità di copertura del 95%. Tale valore non è suggerito ma imposto dal documento EA-4/02 [10] che si applica ai Laboratori di taratura accreditati, e fornisce le indicazioni da seguire nella valutazione e formulazione della incertezza nelle misurazioni nei processi di taratura e nella dichiarazione dell’incertezza da riportare nei certificati di taratura.

L’assunzione di una densità uniforme potrebbe essere logica per esempio nel caso di uno strumento con display digitale per il quale si ha almeno un’incertezza pari a $\pm \frac{1}{2} \text{LSD}$ (*Least Significant Digit*). Se si procede pertanto, nel considerare la distribuzione come uniforme e se l’estremo corrispondente a $\pm \frac{1}{2} \text{LSD}$ corrisponde a

$\pm \frac{1}{2} a$ allora, l’incertezza può essere espressa come $u_B(Y) = \sqrt{\frac{a^2}{12}}$.

In alcuni casi può essere più opportuno scegliere distribuzioni di probabilità triangolari, trapezoidali, a U, ecc.

Una procedura per stabilire se l’incertezza di tipo B ottenuta è affidabile, può essere quella di valutare i gradi di libertà associati alla stima che si sta effettuando.

Nel caso dell’incertezza di tipo B il numero di gradi di libertà può variare, fino a valori molto grandi, in funzione della tipologia del processo che si sta analizzando. Ad esempio, nel caso di un convertitore A/D, se si considera solo l’errore di quantizzazione

con estensione $\pm \frac{1}{2} \text{ LSB}$, allora l'incertezza di tipo B associata può essere sicuramente considerata uniforme con infiniti gradi di libertà.

2.3.3 Considerazioni ulteriori sulle incertezze tipo A e B

Per fare una sintesi dei concetti esposti nei paragrafi precedenti, si vuole ancora sottolineare che, **quando si stima l'incertezza con un metodo di tipo A, questa stima è fatta su una reale popolazione di dati** mentre, **quando si stima l'incertezza con un metodo di tipo B la popolazione cui si fa riferimento esiste come concetto astratto e sta ad indicare la presunta distribuzione di probabilità dei valori assumibili dal parametro d'interesse**[9].

Ancora, si vuole mettere in evidenza l'importanza che la conoscenza delle caratteristiche metrologiche e informazioni relative allo strumento con cui si opera è fondamentale affinché l'incertezza di tipo B possa essere considerata affidabile.

Si considerino infine due situazioni che potrebbero verificarsi nella pratica: si deve determinare l'incertezza di tipo B di due voltmetri sull'unico valore misurato di 25.5V. Il primo voltmetro è elettromeccanico con classe 0.2 sul fondo scala di 200V, il secondo voltmetro utilizza un trasduttore elettronico a ciclo chiuso e ha accuratezza 0.2% sul fondo scala di 200V.

Nel caso del primo voltmetro sono noti i dati statistici di taratura di 100 strumenti, per i quali si è ottenuta una distribuzione statistica come quella in Fig.2.6. La conoscenza di tale informazione legittima pienamente l'ipotesi di una distribuzione ad "U".

Pertanto, la misura di 25V, ottenuta con il primo voltmetro, avrà un errore con valore massimo compreso nella fascia $\pm \frac{0.2}{100} \cdot 200 = 0.4V$, l'incertezza corrispondente

allo scarto tipo è allora $u_{B-U} = \frac{0.4}{\sqrt{2}}V$.

Nel caso del secondo voltmetro, è nota la caratterizzazione metrologica messa a disposizione dal costruttore e mostrata in Fig. 2.7. In tale caso l'ipotesi di una distribuzione gaussiana sarebbe quella più corretta e l'incertezza di tipo B sarebbe

$$u_{B-N} = \frac{0.2}{3} V$$

Pertanto, se fossero state effettuate altre ipotesi nei due casi citati, si sarebbero ottenuti valori di incertezza differenti e meno affidabili che avrebbero portato a

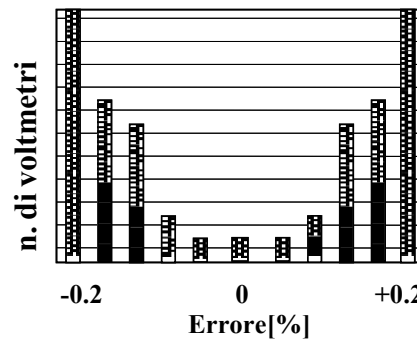


Fig. 2.6: Distribuzione risultati taratura voltmetro 1

sovrastimare o sottostimare l'incertezza.

Nel caso in cui si avessero i dati di una numerosità di misure per i quali è possibile determinare anche un'incertezza di tipo A, il risultato finale sarebbe dato dalla radice quadrata della somma delle due componenti di incertezza.

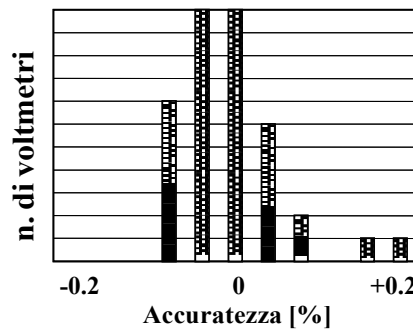


Fig. 2.7: caratterizzazione metrologica voltmetro 2

2.3.4 Il modello del processo di misura e la legge di propagazione dell'incertezza

La trattazione vista finora si applica alle misure effettuate in modo diretto, come nel caso della misura di tensione attraverso un voltmetro, la misura di corrente attraverso un amperometro, ecc., in cui sussiste un legame funzionale $Y=f(X)$ tra la grandezza d'uscita e l'unica grandezza d'ingresso.

Se invece il misurando Y (*uscita*), è legato tramite una relazione funzionale f ad N grandezze X_1, X_2, \dots, X_N (ingressi) secondo la (2.1) che per comodità si riporta:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

allora si parla di misure indirette. Le due situazioni sono rappresentate in Fig. 2.8

Secondo la GUM, se la funzione f è derivabile, l'incertezza combinata di y (stima di y), $u(y)$ può essere calcolata tramite la (2.14):

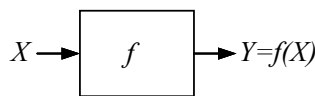
$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N \left| \frac{df}{dx_i} \right|^2 \cdot u_i^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left| \frac{df}{dx_i} \right| \cdot \left| \frac{df}{dx_j} \right| \cdot u(x_i, x_j) \quad (2.14)$$

dove si assumono note le incertezze $u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_N)$ di x_1, x_2, \dots, x_N , stime delle grandezze X_1, X_2, \dots, X_N .

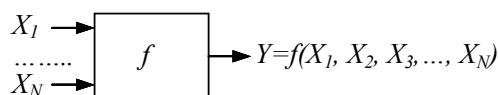
Questa espressione è basata su un'approssimazione della Serie di Taylor al primo ordine della funzione f ; nel caso in cui la funzione non fosse lineare, l'arresto al primo termine potrebbe risultare insoddisfacente.

Nella relazione (2.14) il termine $u(x_i, x_j)$ rappresenta la covarianza tra le variabili x_i e x_j , e dà l'indicazione della loro dipendenza. Ovviamente, nel caso in cui le variabili fossero indipendenti, essendo $u(x_i, x_j) = 0$, la (2.14) si semplifica nella (2.15):

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{df}{dx_i} \right)^2 \cdot u_i^2(x_i)} \quad (2.15)$$



a) Misura diretta



b) Misura indiretta

Fig. 2.8: Il modello della misura

Le espressioni (2.14) e (2.15) prendono il nome di *legge di propagazione dell'incertezza*, mentre la $u(y)$ prende il nome di *incertezza composta* o *combinata*. Si osservi che, nella seconda sommatoria della (2.14), possono esistere sia termini positivi che negativi. Pertanto, la presenza di eventuali correlazioni tra le variabili di ingresso può comportare sia incrementi che riduzioni dell'incertezza composta.

La correlazione tra due grandezze può essere insita nel modello matematico utilizzato oppure può essere causata dalle condizioni ambientali. Spesso la sua determinazione quantitativa è difficile. Talvolta, questa difficoltà, induce a trascurare i contributi delle correlazioni introducendo però, nella valutazione dell'incertezza, approssimazioni non sempre accettabili.

L'incertezza del misurando Y può essere determinata con le relazioni (2.14) o (2.15) solo nel caso in cui:

- la funzione f è lineare;
- è possibile calcolare i *coefficienti di sensibilità* $\frac{df}{dx_i}$ (cioè f continua e derivabile);
- sono note le incertezze $u(x_i)$ con $i=1 \dots N$.

La GUM contiene però anche il seguente concetto: *nota la distribuzione di probabilità dei valori di una data grandezza si può assumere come incertezza la deviazione standard della distribuzione di probabilità o i suoi multipli qualora sia richiesto uno specifico livello di confidenza*.

La determinazione dell'incertezza di misura valutata per via indiretta può pertanto passare attraverso la determinazione della distribuzione di probabilità della variabile d'uscita ed il risultato della misura deve essere sempre ottenuto da una distribuzione di probabilità già depurata di tutti gli errori *sistematici* ovvero, di quegli errori che si presentano secondo determinate leggi, con lo stesso segno e la stessa ampiezza e sono dovuti a diverse cause come:

- difetti di costruzione degli strumenti;
- variazione del comportamento dello strumento rispetto alla taratura;
- cattivo funzionamento della strumentazione utilizzata.

Tali errori influiscono sul risultato di una misura sempre in un medesimo senso e portano o a misure in difetto o a misure in eccesso rispetto a quelle che si avrebbero in loro assenza. Se, ad esempio, un cronometro ritarda, l'intervallo di tempo che si misura

risulterà più breve di quanto esso non sia in realtà, la misura del tempo sarà allora errata per difetto. Oppure se in un righello costruito male il trattino usato per indicare il millimetro è minore del valore corretto si commetterà un errore per eccesso in tutte le misure di lunghezza eseguite. Un'altra fonte di errore sistematico si ha quando lo strumento di misura interferisce con il funzionamento dell'apparato su cui si sta misurando una grandezza. Infatti, questa subirà un'alterazione per via dell'invasività dello strumento di misura applicato. Questo è ad esempio il caso delle misure di corrente e tensione con voltmetri e amperometri elettromeccanici, perché con le loro resistenze interne cambiano la condizione di funzionamento del circuito in esame.

Gli errori *casuali* o *accidentali* sono invece quelli dovuti all'operatore ed alle condizioni sperimentali della particolare misura. Questi errori modificano casualmente il risultato della misura o in eccesso o in difetto. Tali fluttuazioni sono dovute all'impossibilità di riprodurre esattamente in ciascuna operazione di misura le stesse condizioni sperimentali. Esempi di tali errori sono: errori di parallasse, errori di start e stop nella misura di intervalli di tempo, pulizia, deriva di strumenti con la temperatura etc. Con l'utilizzo di strumenti più sofisticati e con una maggior attenzione dello sperimentatore è possibile rendere gli errori accidentali piccoli ma, a differenza di quelli sistematici, non si possono eliminare del tutto. Gli errori sistematici possono essere diagnosticati a priori ed eliminati attraverso un controllo rigoroso di tutta la metodica di analisi e della strumentazione.

L'incertezza che si ricava dalla distribuzione di probabilità è relativa esclusivamente agli errori casuali, cioè a quelli derivanti da circostanze fortuite e che si presentano con segno ed ampiezza variabile. Essi sono generalmente prodotti da un numero elevato di cause, imprevedibili e non valutabili a priori ed influenzano il risultato della misurazione in modo del tutto imprevedibile. Le incertezze di tipo casuale non possono essere eliminate ma possono essere ridotte utilizzando strumenti più accurati.

2.4 Il metodo basato sulla speranza matematica

Il metodo analitico di valutazione, visto nel paragrafo precedente e indicato dalla GUM, fa riferimento ai concetti usati nella teoria della probabilità e statistica per l'analisi delle variabili casuali (o aleatorie), concetti che sono stati utilizzati implicitamente.

Secondo le teorie della statistica, le variabili casuali descritte attraverso *pdf*, si caratterizzano attraverso i parametri *valore atteso o speranza matematica* ($E(\cdot) \Rightarrow \text{expectation}$), *la varianza, lo scarto tipo, momento centrale di ordine q*.

Il valore atteso di una variabile casuale continua è definito dalla 2.16):

$$E(X) = \int x \cdot pdf(x) \cdot dx = \mu_X \quad (2.16)$$

La varianza della variabile aleatoria è la speranza del quadrato della variabile aleatoria centrata secondo l'espressione (2.17):

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu_X)^2] \quad (2.17)$$

Lo scarto tipo σ_X è la radice della varianza.

Il momento centrale di ordine q è definito speranza matematica della potenza q -esima variabile casuale centrata (2.18)

$$E[(X - \mu_X)^q] \quad (2.18)$$

Si noti che $E[(X - \mu_X)^1] = E(X) - E(\mu_X) = \mu_X - \mu_X = 0$ e che il momento del secondo ordine è la varianza.

Come detto, questi concetti sono già stati utilizzati in precedenza, infatti l'incertezza tipo di categoria A è ottenuta assumendola uguale alla radice quadrata della varianza valutata statisticamente. Nella valutazione dell'incertezza di tipo B, l'incertezza è considerata uguale allo scarto tipo della distribuzione di probabilità ipotizzata.

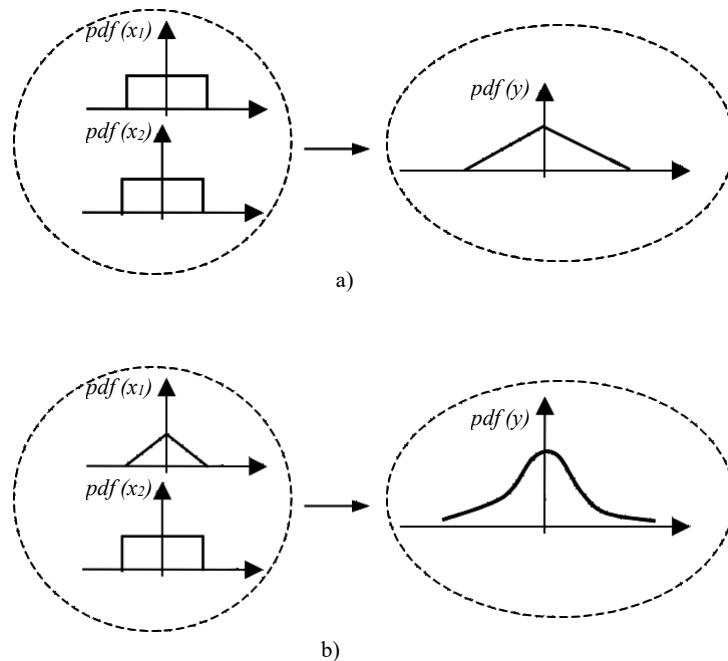


Fig.2.9:Distribuzione di probabilità ottenuta dalla convoluzione delle distribuzioni di probabilità in ingresso

Da un punto di vista rigorosamente statistico la distribuzione della variabile d'uscita y potrebbe essere determinata se fossero note le densità di probabilità delle variabili d'ingresso. L'approccio secondo il metodo analitico della GUM consiste non nel valutare la densità di probabilità della variabile d'uscita ma esclusivamente lo scarto tipo, che poi è assunto come incertezza, e scegliendo l'opportuno fattore di copertura per ottenere l'incertezza estesa. Le ragioni di questo approccio sono dovute al fatto che, quando si considera la combinazione di variabili aleatorie, la pdf che risulta in uscita (ottenuta attraverso la convoluzione delle pdf in ingresso) è una pdf pseudo-gaussiana.

In Fig. 2.9 a) è mostrata una distribuzione triangolare che si ottiene dalla convoluzione di due distribuzioni rettangolari, mentre la convoluzione di una distribuzione rettangolare e una triangolare porta a una distribuzione pseudo-gaussiana in molte situazioni pratiche (Fig. 2.9 b))[9].

D'altra parte questa situazione è legata all'esistenza del teorema del limite centrale.

Il teorema del limite centrale vale nell'ipotesi che la varianza della pdf della grandezza in uscita sia molto più grande delle varianze relative alle pdf delle grandezze in ingresso. Esso afferma che una variabile aleatoria ottenuta come combinazione lineare di variabili aleatorie indipendenti con distribuzioni di tipo gaussiano oppure no, presenta una distribuzione approssimativamente gaussiana [8,9] ed in particolare se la variabile aleatoria d'uscita è ottenuta come combinazione lineare

di variabili aleatorie, $y = \sum_{i=1}^N c_i \cdot x_i$ allora risulta per il valor medio

$$E(y) = \mu(y) = \bar{y} = \sum_{i=1}^N c_i \cdot \mu(x_i) = \sum_{i=1}^N c_i \cdot \bar{x}_i$$

e per la varianza

$$\sigma^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot \sigma^2(x_i).$$

Questo teorema conferma quindi che nella determinazione della variabile d'uscita il contributo fondamentale viene appunto dalle varianze delle variabili d'ingresso.

In particolare i c_i sono proprio i coefficienti di sensitività $\left(\frac{df}{dx_i}\right)$ indicati nella

legge di propagazione dell'incertezza.

Se le condizioni di esistenza del teorema del limite centrale non sono verificate, allora la *pdf* della grandezza in uscita potrebbe essere non gaussiana e dissimmetrica [8,9].

2.5 Esempio di applicazione dei metodi analitici

Il metodo analitico proposto della GUM e quello statistico in senso stretto saranno posti a confronto in questo paragrafo considerando come funzione di misura quella definita dalla relazione (2.19):

$$P = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k \cdot i_k \quad (2.19)$$

P è potenza elettrica associata a un segnale di tensione $v(t)$ e di corrente $i(t)$ dove i segnali periodici di tensione e di corrente sono stati acquisiti e digitalizzati secondo lo schema di Fig. 2.10. dove v_k e i_k , $k=1 \dots N$, sono i campioni dei segnali acquisiti nel periodo e ciascun campione della tensione \tilde{v}_k e della corrente \tilde{i}_k si ipotizzano rispettivamente affetti da incertezza δv_k e δi_k che viene introdotta sui segnali sotto

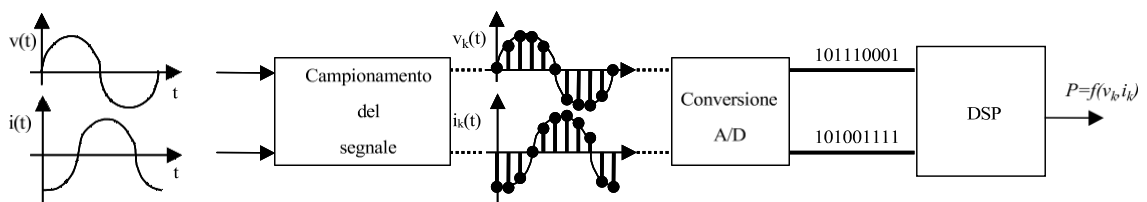


Fig. 2.10: Calcolo della potenza mediante un sistema di misura digitale

misura quando questi attraversano la catena di misura.

$$\begin{cases} \tilde{v}_k = v_k + \delta v_k \\ \tilde{i}_k = i_k + \delta i_k \end{cases} \quad (2.20)$$

Si ipotizza inoltre che le incertezze δv_k e δi_k siano dovute alla quantizzazione e abbiano una *pdf* uniforme entro gli intervalli $\pm \frac{q_v}{2}$ e $\pm \frac{q_i}{2}$ pertanto i valori medi e le varianze sono date dalle (2.21)

$$\begin{cases} \mu_{\delta v_k} = 0; \sigma_{\delta v_k}^2 = \frac{q_v^2}{12} \\ \mu_{\delta i_k} = 0; \sigma_{\delta i_k}^2 = \frac{q_i^2}{12} \end{cases} \quad (2.21).$$

2.5.1 Calcolo dell'incertezza secondo la GUM

Considerando le variabili random associate ai campioni dei segnali di tensione e corrente e poiché le variabili possono essere considerate come statisticamente indipendenti l'una dall'altra, l'applicazione della GUM, mediante la legge di propagazione delle incertezze particolareggiata come la (2.22), fornisce per l'incertezza combinata della misurazione u_P .

$$u_P = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial P}{\partial v_k} \right)^2 u_{v_k}^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial i_k} \right)^2 u_{i_k}^2} \quad (2.22)$$

Sviluppando il calcolo, essendo:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial v} = \frac{\partial (\sum_k v_k \cdot i_k)}{\partial v} = i^k \\ \frac{\partial P}{\partial i} = \frac{\partial (\sum_k v_k \cdot i_k)}{\partial i} = v_k \\ \sum_{k=1}^N \frac{v_k^2}{N} = V^2_{rms} \\ \sum_{k=1}^N \frac{i_k^2}{N} = I^2_{rms} \\ \frac{u_{v_k}^2}{N} = \frac{q_v^2}{12N} \\ \frac{u_{i_k}^2}{N} = \frac{q_i^2}{12N} \end{cases} \quad (2.23)$$

si ottiene la (2.24):

$$u_P = \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{i_k^2 u_{vk}^2 + v_k^2 u_{ik}^2}{N^2}} = \sqrt{\frac{I_{rms}^2 q_v^2 + V_{rms}^2 q_i^2}{12N}} \quad (2.24)$$

dove V_{rms} e I_{rms} sono i valori efficaci della tensione e della corrente.

Una conseguenza dell'implicita approssimazione del metodo basato sull'applicazione della GUM è che in presenza di segnali di tensione e di corrente nulli ($V_{rms}=0$ e $I_{rms}=0$), l'incertezza u_P sarebbe nulla.

Questa incongruenza deriva dalla non linearità della funzione P .

2.5.2 Calcolo dell'incertezza mediante la speranza matematica

Con il metodo statistico basato sull'operatore speranza matematica $E(\cdot)$, l'incertezza è valutata attraverso il calcolo del momento del secondo ordine della funzione di output.

Si consideri come output la stima della potenza attiva della (2.19) tenendo conto la (2.20) per ottenere la (2.25):

$$\tilde{P} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k i_k \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (v_k + \delta v_k)(i_k + \delta i_k) \quad (2.25)$$

Essendo i valori medio delle variabili casuali $E\{\delta v_k\}$ e $E\{\delta i_k\}$ entrambi nulli,

mentre le varianze sono $\frac{q_v^2}{12}$ e $\frac{q_i^2}{12}$ la varianza della \tilde{P} si può calcolare con la formula

del calcolo della varianza particolareggiato al caso in esame con la (2.26):

$$u^2 = E\left\{ \left[\tilde{P} - E\{\tilde{P}\} \right]^2 \right\} = E\{\tilde{P}^2\} - \tilde{P}^2 \quad (2.26)$$

Il valor $E\{\tilde{P}^2\}$ atteso del quadrato della potenza attiva è dato dalla (2.27):

$$E\{\tilde{P}^2\} = E\left\{ \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N (v_k + \delta v_k)(i_k + \delta i_k) \cdot \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N (v_j + \delta v_j)(i_j + \delta i_j) \right\} \quad (2.27)$$

$$= E\left\{ \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\begin{aligned} &v_k v_j + v_k i_j \delta v_j + v_k \delta v_j i_j + v_k \delta v_j \delta i_j + v_k v_j \delta i_j + v_k v_j \delta i_j \delta i_j \\ &+ v_j i_k \delta v_k + v_j \delta v_k i_k + v_j \delta v_k \delta i_k + v_j i_k \delta v_k \delta i_k + v_j i_k \delta v_k \delta i_k \delta i_k \\ &+ i_k \delta v_k \delta v_j + v_k i_j \delta v_j \delta v_k + v_k i_j \delta v_j \delta v_k \delta i_k + i_k \delta v_k \delta v_j \delta v_k \delta i_k \\ &+ i_k \delta v_k \delta v_j \delta v_k + v_k i_j \delta v_j \delta v_k \delta i_k + v_k i_j \delta v_j \delta v_k \delta i_k \delta i_k + \delta v_k \delta i_k \delta v_j \delta i_j \end{aligned} \right] \right\}$$

Solo quattro termini in grassetto della somma hanno un valore atteso diverso da zero, pertanto si ottiene il risultato della (2.28):

$$E\{\tilde{P}\} = P + E\left\{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\mathbf{v}_k \delta \mathbf{i}_k + \mathbf{i}_k \delta \mathbf{v}_k + \delta \mathbf{v}_k \delta \mathbf{i}_k)\right\} =$$

$$= P^2 + \frac{I^2 q^2 + V^2 q^2}{12N} + \frac{q^2 q^2}{144N} \quad (2.28)$$

Dal richiamo della (2.26), segue la il risultato finale della varianza (2.29):

$$u_{Pq}^2 = \frac{I^2 q^2 + V^2 q^2}{12N} + \frac{q^2 q^2}{144N} \quad (2.29)$$

e quindi l'incertezza (2.30):

$$u_{Pq} = \sqrt{\frac{I^2 q^2 + V^2 q^2}{12N} + \frac{q^2 q^2}{144N}} \quad (2.30)$$

Il termine aggiunto in (2.29) o (2.30), indipendente dall'ampiezza del segnale input, permette di valutare correttamente l'incertezza anche in presenza di tensioni e correnti molto basse.

2.6 Alcune considerazioni finali sui metodi analitici

Non sempre la legge di propagazione di incertezze é semplice da applicare ai casi di interesse pratico contingente. Per esempio nei casi di misure ottenute per l'elaborazione digitale, il numero di cause di incertezza aumenta notevolmente e l'applicazione rigorosa dei metodi mutuati dalla statistica può portare a delle difficoltà insormontabili. Il semplice esempio mostrato in questo capitolo ha messo in luce i limiti dell'applicazione della legge di propagazione dell'incertezza.

CAPITOLO 3

METODI NUMERICI PER LA VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA NELLE MISURE DIGITALI

3.1 Introduzione

L'utilizzo dei metodi analitici visti nel capitolo precedente presuppone la conoscenza di informazioni riguardanti le variabili casuali rappresentative delle sorgenti d'errore che influenzano una misura Y . Essi possono essere impiegati con successo quando gli algoritmi di misura non sono complessi, il numero delle variabili in gioco non è elevato, i modelli sono lineari, e/o quando non devono essere considerate, simultaneamente, differenti cause d'incertezza.

L'approccio analitico rigoroso, basato sulla valutazione matematica del momento centrale del secondo ordine della grandezza d'uscita, non sempre può essere vantaggioso seppur sia possibile.

Una delle situazioni in cui l'applicazione dei metodi analitici è critica è il caso delle misure ottenute attraverso la strumentazione digitale. In teoria, attraverso l'elaborazione numerica sui dati campionati e digitalizzati, è possibile estrarre tutte le informazioni d'interesse dalle grandezze in ingresso al sistema di misura. Questo però necessita l'impiego di complessi algoritmi di elaborazione.

Tali dati sono influenzati da diverse sorgenti di incertezza, introdotte dal sistema di misura stesso ed in particolare nei blocchi di trasduzione e condizionamento del segnale e nei convertitori del segnale da analogico in digitale come mostrato in Fig. 3.1.

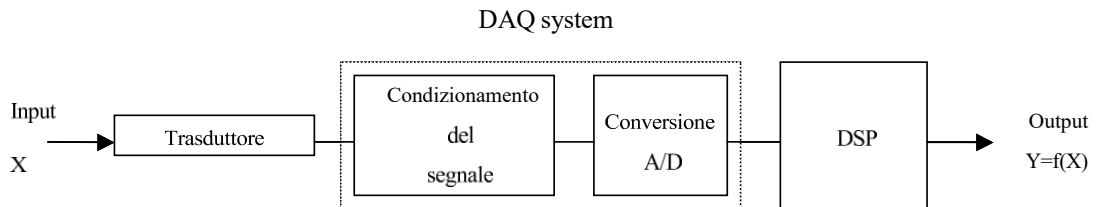


Fig.3.1: Schema a blocchi per un sistema di misura digitale

In un tale contesto la legge di propagazione delle incertezze spesso non può essere applicata e l'esempio al paragrafo 2.4 ha mostrato i limiti della legge di propagazione dell'incertezza di misura in un caso in cui il modello di misura non era lineare. Nel campo delle misure digitali i modelli ingresso-uscita sono frequentemente di tipo non lineare. Basti pensare che la maggior parte di algoritmi basati sull'elaborazione digitale sono basati su moltiplicazioni e somme (e.g. filtri digitali, trasformate di Fourier, ecc.).

La stessa guida GUM comunque prevede, in tali casi, di poter determinare l'incertezza analizzando le caratteristiche della distribuzione di probabilità della variabile d'uscita y del modello di misura $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$. Inoltre, alla clausola G.1.5, la GUM afferma che: *“Se la relazione funzionale tra Y e le sue grandezze di ingresso non è lineare...omissis... è necessario adottare altri metodi analitici o numerici”*.

Il problema della determinazione dell'incertezza delle misure ottenute mediante l'applicazione di algoritmi di misura su dati digitalizzati è stato recentemente affrontato mediante metodi di simulazione numerica [11-19].

Alcune di queste tecniche sfruttano la capacità di alcuni software disponibili in commercio di generare sequenze di numeri casuali caratterizzate da prefissati parametri statistici (e.g. distribuzione di probabilità, media, varianza)

In alcuni casi si utilizza la simulazione numerica Monte Carlo[16,17], in altri sono proposte tecniche alternative. Ad esempio in [18,19] Ferrero e Salicone propongono una tecnica basata sulla logica fuzzy e sulla teoria delle possibilità.

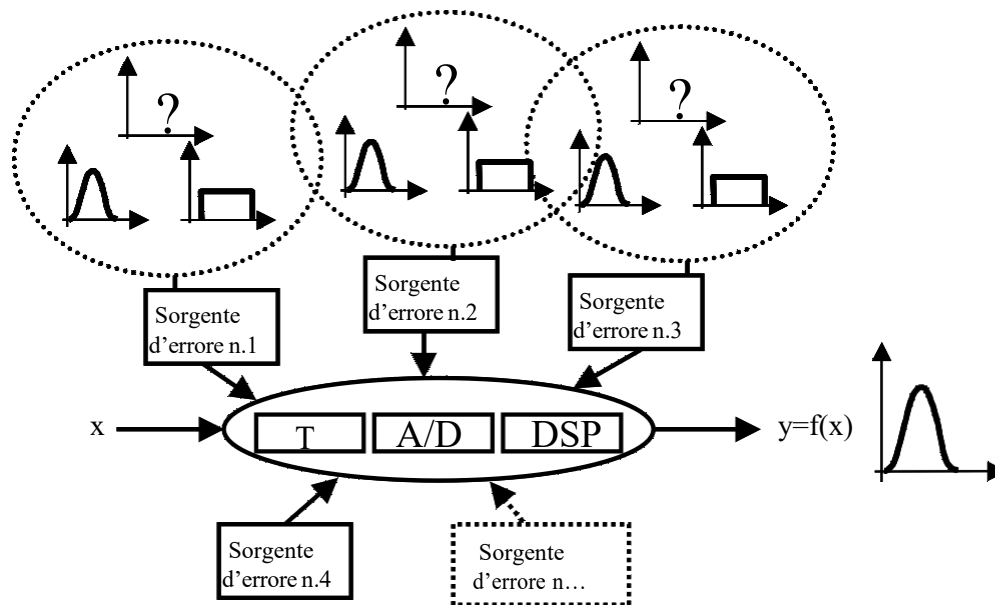


Fig. 3.2: Sorgenti di incertezza in un sistema digitale

Le varie tecniche differiscono nella modalità con cui vengono modellate le sorgenti di incertezza (es. valutazioni di tipo A o di tipo B), nel numero di sorgenti di incertezza considerate, nelle approssimazioni introdotte nei modelli.

In questo capitolo, sarà illustrato un metodo originale che è stato sviluppato, e che permette di determinare l'incertezza di misura attraverso la simulazione numerica delle sorgenti di incertezza (Fig. 3.2).

Le peculiarità e l'originalità del metodo qui proposto possono essere descritte con riferimento alle due fasi del processo di valutazione dell'incertezza.

La fase di caratterizzazione delle sorgenti di incertezza sfruttando le informazioni riguardanti le specifiche fornite dai costruttori dei componenti impiegati nella catena di misura mentre la valutazione dell'incertezza è eseguita tramite una successione di simulazioni Monte Carlo che permettono di simulare l'effetto di tutte le sorgenti di incertezza presenti nel processo di misura.

3.1.1 Perché i metodi numerici?

La necessità del dover utilizzare un metodo numerico per determinare l'incertezza di misura è già stata sottintesa nei paragrafi introduttivi. Il motivo è principalmente dovuto al fatto che l'applicazione della GUM o di altri metodi analitici può non essere ragionevolmente possibile in alcune situazioni pratiche contingenti (e.g. le misure

ottenute per elaborazione digitale), a meno che non si introducano delle semplificazioni nei modelli, che possono però portare a risultati non corretti.

In tali situazioni la simulazione numerica può costituire la strada da seguire per raggiungere l'obiettivo che ci si prefigge. Affrontare un problema mediante una simulazione numerica significa trattare il problema reale mediante la sua riproduzione in un contesto controllabile. Le tecniche di simulazione sono di concezione completamente diversa rispetto ai metodi analitici. Le tecniche di simulazioni numeriche sono d'obbligo quando lo scenario in cui agisce lo sperimentatore non può essere descritto completamente e perfettamente mediante regole matematiche esatte ma soltanto attraverso costrutti probabilistici. Questo accade per esempio quando non tutte le variabili che concorrono all'esperimento, in questo caso al processo di misura, possono essere tenute sotto controllo poiché soggette a fluttuazioni casuali.

I vantaggi che può offrire un metodo di simulazione rispetto a un metodo analitico sono i seguenti:

- la simulazione rende possibile l'analisi di sistemi complessi per i quali l'implementazione di metodi analitici richiederebbe notevoli sforzi e/o semplificazioni non sempre accettabili;
- attraverso le simulazioni è possibile studiare gli effetti di modifiche sulla struttura del sistema, alterando il modello e osservando gli effetti;
- l'osservazione dettagliata del sistema che si simula può portare ad una migliore comprensione del sistema stesso e suggerire miglioramenti di questo che altrimenti non potrebbero emergere;
- le simulazioni consentono di sperimentare nuove situazioni di cui si ha scarsa conoscenza e di affrontarle fornendo informazioni su "cosa può accadere", e gli effetti di tali cambiamenti possono essere testati a loro volta via simulazione, prima di essere implementati per il sistema stesso.

D'altro canto i metodi di simulazione presentano lo svantaggio di fornire un risultato stimato ma non esatto e possono richiedere grandi sforzi di implementazione ed elevati oneri computazionali. In ogni caso l'utilizzo delle simulazioni piuttosto che dei metodi analitici può risultare comunque vantaggioso, specie quando il modello abbia struttura troppo complessa per consentire l'uso del metodo analitico esatto oppure quando esso richieda assunzioni stringenti e difficilmente realizzabili.

3.1.2 Introduzione ai metodi di simulazione Monte Carlo

Tra le simulazioni numeriche più usate e conosciute vi è la simulazione Monte Carlo (MCS). Le simulazioni Monte Carlo si riferiscono alla sperimentazione mediante l'utilizzo di numeri casuali. Queste sono rese possibili grazie allo sviluppo dell'informatica ed alla disponibilità di strumenti di calcolo sempre più veloci e meno costosi.

La maggior parte dei principi alla base del metodo MCS possono essere messi in luce considerando la simulazione del lancio di una moneta. La simulazione dovrà utilizzare un generatore di numeri casuali con distribuzione uniforme, per esempio tra 0 e 1, ed assegnare ad ogni possibile numero un evento. Poiché per un singolo lancio la probabilità che esca testa oppure croce è di 0.5, sarà attribuito a tutti i numeri da 0 a 0.5 l'evento testa, mentre ai numeri da 0.5 a 1 l'evento croce. In questa maniera si potrà simulare il vero lancio della moneta ed affermare che è uscita testa se il generatore di numeri casuali ha estratto un numero inferiore a 0.5. Se si considera un numero N di estrazioni si noterà che se tale valore è piccolo la stima delle probabilità di uscita di testa o croce sarà molto distante da quello che è il valore atteso e inoltre anche con molti lanci della simulazione si avrà un'oscillazione del valore di probabilità e mai un valore preciso che si potrebbe ottenere solo per un numero infinito di estrazioni. Questa considerazione è importante poiché fa comprendere l'importanza anche del trovare il numero adeguato di test, in modo da poter ottenere delle stime stabili ed attendibili dei parametri cercati.

Ciascuna simulazione di ogni processo fornisce una stima per ogni parametro che si vuole valutare e tali stime riflettono i valori dei numeri casuali estratti durante la simulazione.

3.1.3 Vantaggi e svantaggi dei metodi MCS

Il vantaggio principale di metodi MCS è legato alla possibilità di implementazione diretta su calcolatore utilizzando opportuni software. Nel caso in esame il programmatore del software deve inserire il modello di misura e i parametri che definiscono le *pdf* delle grandezze in ingresso, ed il software mediante la simulazione è in grado di determinare la *pdf* della quantità d'uscita (vedi Fig. 3.3).

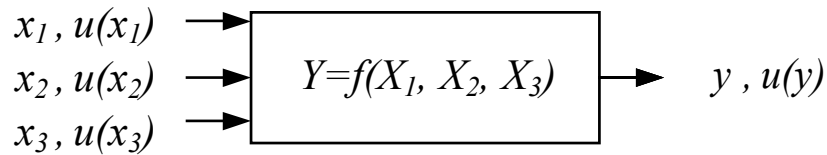


Fig. 3.3: Propagazione dell'incertezza nel modello Ingresso -Uscita

A partire dalla *pdf* della quantità d'uscita qualunque statistica può essere ottenuta (deviazione standard, momenti di ordine superiore, ecc.), e l'intervallo di copertura può essere calcolato dalla distribuzione.

Il metodo MCS può essere usato indipendentemente dalla natura del modello: lineare, debolmente non-lineare o fortemente non-lineare. Il metodo non necessita di fare assunzioni sull'ampiezza delle incertezze in ingresso né sulla distribuzione d'uscita (condizioni per il teorema del limite centrale).

Gli svantaggi principali sono dovuti invece al fatto che i generatori di numeri non sono puramente casuali (pseudo-random). Questo significa per esempio che la distribuzione di una sequenza generata estraendo casualmente i numeri dalla una *pdf* uniforme (del generatore), non sarà perfettamente uniforme. La qualità della generazione in ogni caso migliora all'aumentare del numero di generazioni ed il numero di simulazioni può essere scelto in funzione della qualità che si vuole ottenere. Questo però, nel caso di modelli molto complessi, potrebbe necessitare un tempo di elaborazione molto elevato. Un altro problema è legato alla non ripetibilità dell'esperimento, la sequenza di numeri casuali generata, infatti, proprio per la casualità del generatore, dovrebbe essere non ripetibile. Nei casi pratici però, usando lo stesso seme (seed) che fa partire la generazione la sequenza generata è la stessa e questo consente di ottenere la ripetibilità dei risultati e testare la procedura.

3.2 Le fasi principali nella valutazione dell'incertezza

Un processo di valutazione dell'incertezza può essere suddiviso sostanzialmente in due fasi [20]:

- la fase 1 di formulazione del modello;
- la fase 2 di calcolo dell'incertezza.

La fase di formulazione del modello è senza dubbio la più delicata. Bisogna stabilire quali sono le grandezze in ingresso e la grandezza d'uscita e determinare le sorgenti di incertezza. Indipendente dal campo di applicazione, raramente le misure

sono ottenute per via diretta ma piuttosto secondo un modello $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ con $i = 1..N$. Per esempio la Fig.3.3 mostra un modello con tre ingressi ed ha lo scopo di evidenziare la propagazione dell'incertezza degli ingressi x_1, x_2, x_3 all'interno del sistema. L'effetto di questa propagazione è un'incertezza sul risultato della misura y e dipende dal tipo e dall'entità delle sorgenti di errore. L'affidabilità del valore che verrà dichiarato dipende dalla cura e scrupolosità che sono state usate nella fase di modellizzazione. Ciascuna sorgenti di incertezza presente nel processo di misura deve essere caratterizzate sia in termini di tipologia di distribuzioni di probabilità (uniforme, gaussiana, ecc.) sia quantitativamente in termini dei parametri che caratterizzano le stesse *pdf* (e.g. valore centrale dell'intervallo e la semi-ampiezza per una pdf uniforme, media e deviazione standard per una pdf Gaussiana ecc.), e l'individuazione di eventuali correlazioni presenti può essere introdotta mediante delle *pdf* congiunte. Le distribuzioni di probabilità possono essere ottenute attraverso l'analisi sperimentale (determinazione dell'incertezza in categoria A), oppure mediante altre informazioni disponibili (determinazione dell'incertezza in categoria B).

Il modello di misura mostrato in Fig. 3.3 è un modello di misura a singolo stadio, nel senso che le grandezze di ingresso sono elaborate mediante un unico processo. Un modello multi-stadio invece è un modello in cui le incertezze in uscita da uno stadio di valutazione, interno al processo di misura globale, sono inviate a uno stadio di valutazione successiva sempre interno al modello (vedi fig. 3.4). I modelli di tipo multi-stadio sono frequenti nei casi della metrologia. Nel caso di sistemi digitali, e in generale in tutti i sistemi che presentano diversi dispositivi in cascata si ha un modello di misura di tipo multi-stadio.

Nel caso di variabili di ingresso indipendenti con una sola grandezza d'uscita Y ,

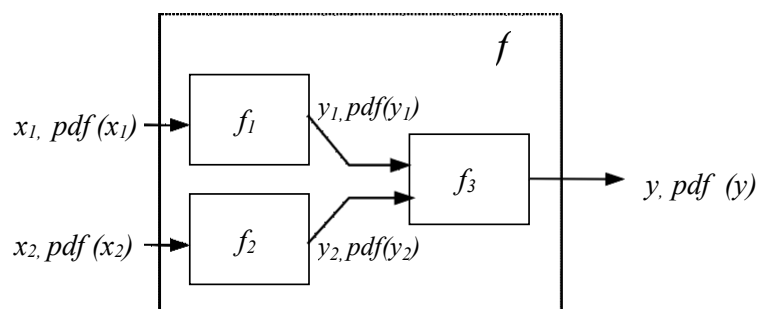


Fig. 3.4 Esempio di modello multistadio

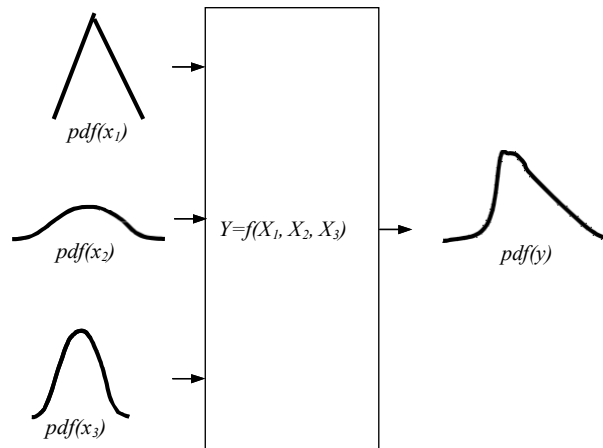


Fig. 3.5: Propagazione delle *pdf* nel modello Ingresso -Uscita

note le *pdf* relative a ciascuna grandezza d'ingresso $pdf(x_i)$ per $i = 1, \dots, N$, si deve determinare la *pdf* (y) del misurando Y .

Nella Fig.3.3 è stata mostrata la propagazione delle incertezze attraverso il modello per dare un'incertezza sulla grandezza d'uscita. Allo stesso modo si può pensare alla propagazione delle distribuzioni di probabilità attraverso il modello, secondo lo schema in Fig. 3.5. dove, in particolare, è evidenziato il fenomeno di non simmetria nella *pdf* dell'uscita. Questa situazione è causata dalla presenza delle non linearità nel modello ed è, inoltre, dovuta alla presenza una o più *pdf* degli ingressi con varianze molto grandi e, pertanto il teorema del limite centrale non si applica.

Le due fasi della procedura descritte dipendono dal campo di applicazione dove si deve svolgere la misura. Le sorgenti di incertezza e le rispettive *pdf* si determineranno secondo i fenomeni fisici in gioco.

La fase del calcolo consiste nell'estrarre tutte le informazioni statistiche dalla *pdf*(y). Il calcolo comprende la determinazione del risultato di misura e l'incertezza associata. In particolare si può ottenere l'intervallo di copertura corrispondente ad un certo livello di confidenza (e.g. 95%).

Questo può avvenire, utilizzando:

- il metodo della GUM;
- metodi analitici;
- metodi numerici.

Nei casi in cui ad esempio il modello non è lineare, in presenza di un numero molto elevato di grandezze in ingresso, nel caso in cui è difficile valutare i coefficienti di sensitività, nel caso in cui le variabili d'ingresso hanno distribuzioni di probabilità dissimmetriche, nel caso in cui la variabile d'uscita non ha una distribuzione gaussiana, i metodi numerici possono costituire l'unica alternativa possibile per giungere a una soluzione del problema.

3.3 Il metodo proposto

Il metodo numerico che è descritto è stato sviluppato in prospettiva di utilizzarlo per la determinazione dell'incertezza delle misure digitali ottenute utilizzando un sistema il cui schema a blocchi è quello in Fig. 3.1.

Il sistema di misura digitale è composto delle seguenti parti:

- il blocco di trasduzione del segnale da misurare;
- il blocco di condizionamento del segnale, di acquisizione dati e conversione A/D (DAQ System);
- il processore che svolge le elaborazioni dei dati (DSP).

Con riferimento allo schema di misura, la peculiarità e l'originalità del metodo numerico si può descrivere con riferimento alle due fasi del processo di valutazione dell'incertezza.

In particolare la fase di caratterizzazione delle sorgenti di incertezza avviene considerando i dati dichiarati dai costruttori. Come mostrato in Fig. 3.6. le sorgenti di incertezza principali sono nei blocchi di trasduzione e condizionamento del segnale (T) e nei convertitori del segnale da analogico in digitale (DAQ).

Il metodo proposto si compone di una fase di modellizzazione e di una fase di calcolo.

La fase di modellizzazione consiste nell'impiegare le specifiche del blocco di trasduzione e del sistema di acquisizione dati come incertezze di tipo B. A ciascun

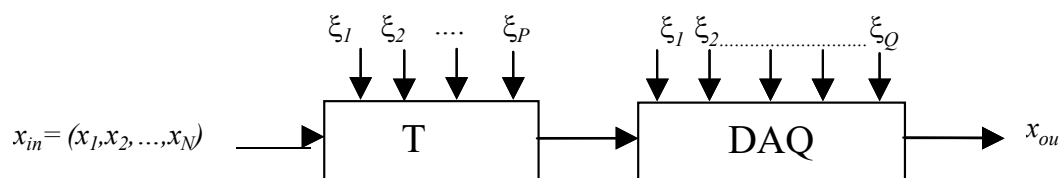


Fig. 3.6: Sorgenti di incertezza nel sistema di misura digitale

termine di incertezza è assegnata un'opportuna distribuzione che sarà rappresentata numericamente da un insieme di variabili casuali generate tramite il software. Ovviamente i valori a disposizione non possono essere applicati acriticamente alla realtà della misura ma è necessario saperli utilizzare e conoscere i fenomeni fisici che avvengono e che determinano incertezza.

Nel modello sviluppato si considera che nel blocco di trasduzione il segnale sia influenzato da un certo numero di sorgenti di incertezza, il cui contributo è rappresentato dalle variabili casuali ξ_i con $i=1..P$ con opportune *pdf* ottenute nel processo di modellazione. Allo stesso modo, nel blocco di acquisizione dati il segnale si ipotizza influenzato da un certo numero di sorgenti di incertezza, il cui contributo è rappresentato dalle variabili casuali ξ_i con $i=1..Q$ con le rispettive *pdf* come mostrato in Fig. 3.7..

Il metodo proposto si differenzia dal modello di propagazione dell'incertezza mostrato in Fig. 3.5, dove invece si considera la propagazione di un'unica distribuzione di probabilità per ogni grandezza di ingresso, nel modello che è proposto, sono

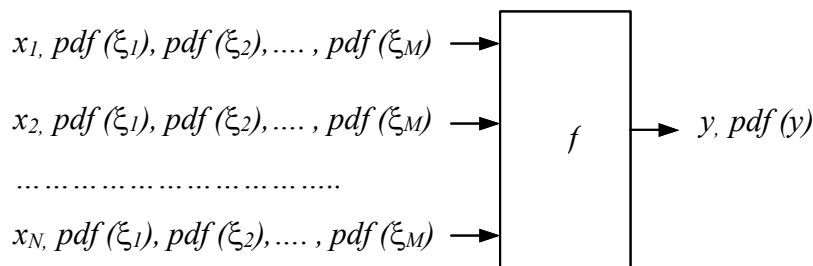


Fig. 3.7: Propagazione dell'incertezza nel modello numerico proposto

considerate tante $pdf(\xi_i)$ con $i = 1..M$ relative a ciascuna causa d'errore presente nel sistema e la loro propagazione attraverso l'algoritmo di misura.

Una volta che i modelli sono stati ottenuti è possibile passare alla fase di calcolo.

La fase di calcolo dell'incertezza avviene attraverso la simulazione numerica basata sul metodo MCS secondo i passaggi seguenti:

1. Ai dati di ingresso viene applicata la funzione di misura eseguendo un numero elevato di test. In ogni test i dati in ingresso sono alterati dai

diversi contributi di incertezza, i cui valori sono estratti dalle *pdf* relative come individuate in fase preliminare.

- Viene ottenuto l'insieme di valori corrispondenti alla distribuzione della variabile di output, da cui viene estratta l'incertezza del risultato di misura.

In Fig. 3.8 è mostrato il diagramma a blocchi della procedura.

Il segnale tempo continuo X_V proveniente dal sistema sotto misura, dopo aver attraversato il blocco di trasduzione e il sistema di acquisizione dati (DAQ), viene convertito in digitale X_D sotto forma di una sequenza di campioni $X_D=(x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ che viene elaborata dal sistema digitale mediante due distinte procedure.

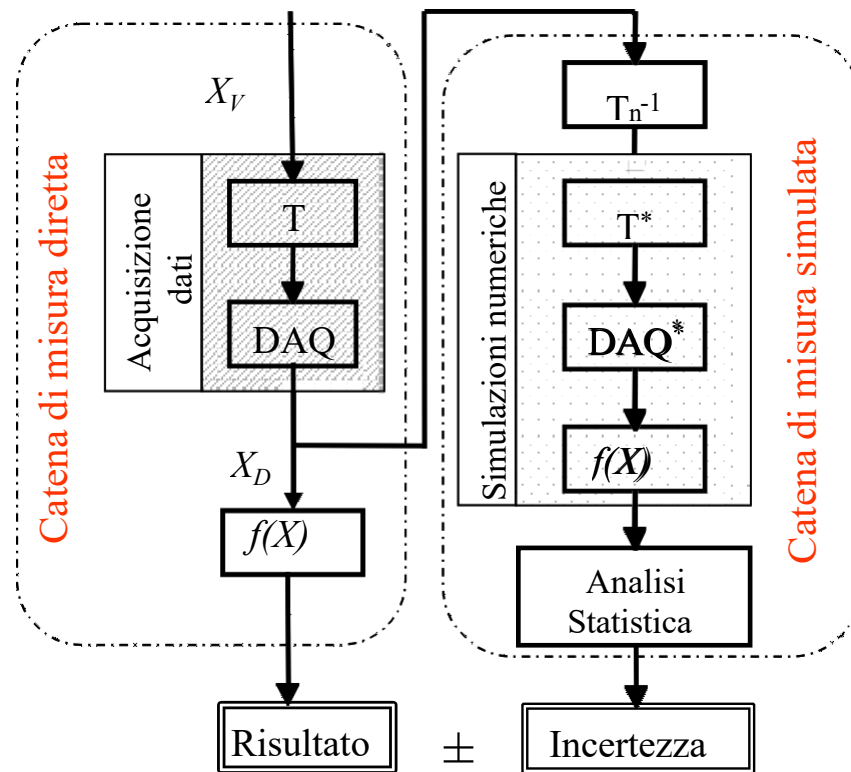


Fig. 3.8: Diagramma di flusso della procedura numerica

La prima procedura permette di ricavare il risultato della misura. Questo viene ottenuto applicando la funzione $f(X)$ direttamente sul segnale digitale proveniente dal sistema reale.

La seconda procedura permette di ottenere l'incertezza della misurazione. Essa esegue i passi 1. e 2. del metodo MCS ed ha lo scopo di simulare il comportamento del sistema reale.

Il segnale digitale X_D è elaborato anzitutto tramite il blocco T_n^{-1} che ha lo scopo di effettuare una correzione degli effetti dinamici dei trasduttori sull'ampiezza e sulla fase delle diverse componenti in frequenza del segnale in ingresso. Attraverso il blocco T_n^{-1} è possibile pertanto effettuare una correzione digitale degli errori di guadagno e di fase dovuti al comportamento dinamico del trasduttore.

Successivamente la catena di misura reale viene simulata attraverso i trasduttori (T^*) e il sistema di acquisizione (DAQ^*) che introducono casualmente sui campioni di X_D tutti le componenti d'incertezza secondo le *pdf* determinate preliminarmente (vedi Fig. 3.9)

Queste variabili casuali sono combinate secondo appropriati modelli matematici che simulano il comportamento dei trasduttori e della scheda dati reale e che saranno illustrati nel capitolo 4 relativo alla modellizzazione delle sorgenti di incertezza.

Si osservi che il processo di misura digitale è un processo in cui si ha un modello di propagazione dell'incertezza di tipo multistadio. Infatti i campioni già corretti attraverso il trasduttore simulato T^* sono inviati sulla scheda di acquisizione dati simulata DAQ^* .

Attraverso l'analisi statistica dei risultati ottenuti in ciascun test di simulazione è possibile infine determinare la distribuzione di probabilità del risultato della misura ed estrarre da essa tutte le informazioni metrologiche [21,22].

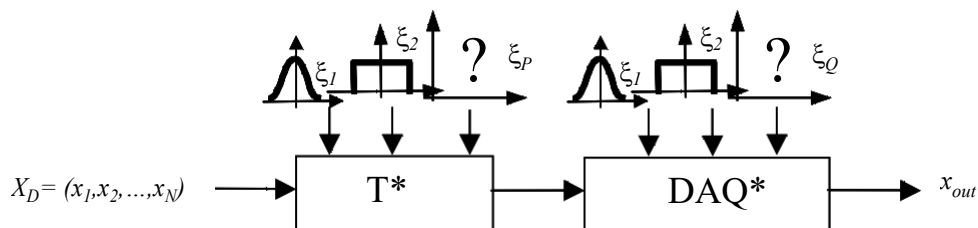


Fig. 3.9: La catena di misura simulata T^* e Q^*

3.4 Considerazioni sulla realizzazione pratica del metodo

Si può osservare che il punto 1. del metodo numerico sfrutta proprio la capacità dei software in commercio di generare sequenze di numeri casuali caratterizzati da parametri statistici prefissati (distribuzione, media, varianza, etc.). La qualità del metodo dipende dalla buona qualità del generatore di numeri casuali ed in relazione a questo, sono stati fatti alcuni studi per verificare la corrispondenza di serie di dati generati casualmente dal software impiegato.

I test sono stati effettuati stabilendo la tipologia della distribuzione di probabilità (e.g gaussiana, uniforme, triangolare, ecc.) quindi e quindi programmando il valore medio e la deviazione standard (0 and 1 rispettivamente) di una data distribuzione molti test sono stati costruendo un vettore con N elementi (vedi Fig. 3.10).

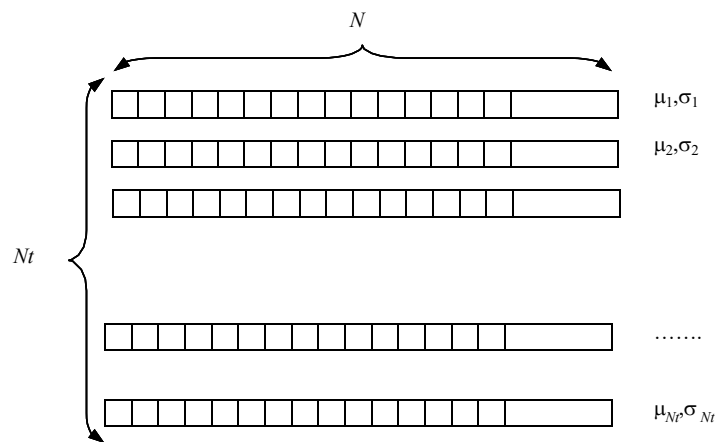


Fig. 3.10: Test del generatore di numeri casuali

La media e la deviazione standard del vettore è stata allora calcolata e confrontata con il relativo valore programmato. Per ogni valore di N il test è stato ripetuto $N_t = 1000$ volte, allo scopo di valutare statisticamente la qualità della distribuzione generata dal software.

Il risultato ottenuto mostrato in Fig. 3.11 riguarda il caso di una distribuzione gaussiana (normale) con valore medio e varianza unitari. L'andamento della deviazione standard dell'insieme generato è stato tracciato come funzione delle estrazioni N_e . Per ogni valore di N_e sono state illustrate sia la media degli N_t tests che il range di variabilità ($\pm 3\sigma$) della varianza.

Il numero delle estrazioni potrebbe essere scelto in base all'accuratezza che si vuole ottenere. Il valore scelto deve rappresentare un buon compromesso tra la qualità della popolazione generata e il tempo necessario per l'elaborazione dei dati, e deve essere scelto in base alla specifica applicazione.

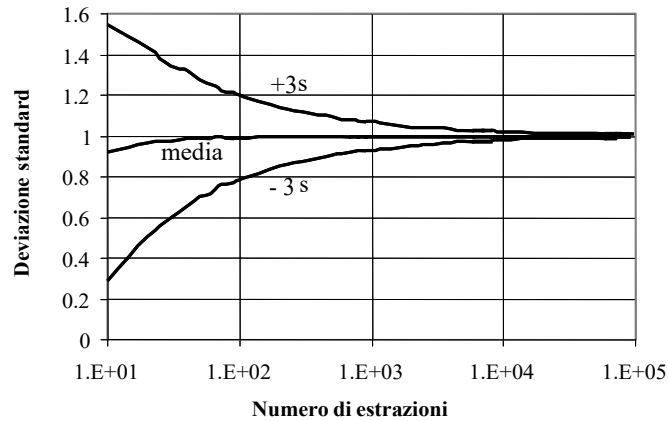


Fig. 3.11: Media e deviazione standard della popolazione al variare del numero di estrazioni

Alcuni autori considerano un numero di simulazioni pari a 50000 o anche più con l'obiettivo di garantire la convergenza del metodo MCS. Considerare un numero di simulazioni così elevato può portare a tempi di elaborazione anche di diverse ore.

Nel presente lavoro, sulla base di queste considerazioni e osservando che generalmente l'incertezza potrebbe non essere espressa con più di due cifre significative sono state eseguite 1000 simulazioni.

Questo significa che la misurazione dell'algoritmo realizzato nello strumento digitale deve ripetersi 1000 volte per ottenere la distribuzione della variabile d'uscita che permetterà la valutazione dell'incertezza insieme con l'intervallo di confidenza.

Poiché il numero di estrazioni da effettuarsi per ciascun campione e il numero di simulazioni per ottenere la distribuzione di probabilità della quantità misurata sono comunque elevati, la metodologia proposta è adatta solo per misure la cui incertezza deve essere valutata off-line, oppure solo per le misure in tempo reale in quelle situazioni dove la frequenza dell'osservazione è così bassa da permettere alla procedura numerica essere eseguita tra due acquisizioni consecutive.

3.5 Considerazioni finali sul metodo

Nella descrizione della procedura si è visto che i dati input della procedura numerica sono le stringhe dei campioni acquisiti. Tali quantità sono influenzate da misurazioni incerte. Può dunque sorgere qualche dubbio concernente la correttezza dell'uso di questi dati nell'implementazione del metodo. Questa operazione è comunque da considerarsi formalmente corretta, dal momento che è conforme alle direttive della guida internazionale e che adotta concetti simili. A maggior rigore dati inviati alla procedura dovrebbero essere i valori attesi dei campioni acquisiti, ma, a causa dell'impossibilità di un'esatta conoscenza di questi valori, da un punto di vista pratico e senza perdere la concettuale validità del metodo, la procedura può essere applicata considerando come dati d'ingresso i valori misurati.

CAPITOLO 4

MODELLIZZAZIONE DELLE INCERTEZZE

4.1 Introduzione

Le incertezze in un sistema di misura digitale sono introdotte principalmente nel blocco di trasduzione del segnale da misurare e nel blocco di condizionamento del segnale, di acquisizione dati e conversione A/D (DAQ System).

Ciascun blocco della catena di misura influenza il processo di misurazione e costituisce una sorgente di incertezza. Per via di tutte queste sorgenti di incertezza, il segnale che si ottiene all'uscita del blocco di acquisizione dati (DAQ) che deve essere elaborato dal processore non è più una riproduzione fedele del segnale immacolato che si aveva in ingresso, ma è un segnale che è stato alterato e l'accuratezza del risultato finale della misurazione dipenderà pertanto dalla propagazione delle incertezze attraverso tutta la catena di misurazione.

Per quanto riguarda i trasduttori, in generale essi sono costituiti da un elemento sensibile al fenomeno fisico che si intende misurare (sensore) e da un circuito elettrico in grado di convertire il segnale fisico in un segnale elettrico ad esso proporzionale. Per esempio, le termocoppie, i termistori, ed altri dispositivi convertono i segnali di temperatura in segnali elettrici che un convertitore A/D può elaborare. Altri esempi includono trasduttori di portata, di pressione, ecc. Il segnale elettrico generato dal trasduttore deve essere ottimizzato nello stadio di condizionamento per essere inviato al sistema di conversione A/D. Il comportamento non ideale dei trasduttori introduce diversi contributi di incertezza sul segnale in ingresso

Nel sistema di acquisizione dati sono svolte diverse funzioni, oltre alla conversione A/D possono essere presenti elementi per l'isolamento, l'amplificazione e il filtraggio del segnale in ingresso. Alcuni errori che possono essere introdotti nel sistema DAQ sono quelli tipici dei convertitori A/D ad esempio di quantizzazione, di guadagno, offset, ecc.

Anche il processore che esegue le elaborazioni può introdurre errori di arrotondamento. Se si considerano però i processori allo stato della tecnologia attuale, gli errori di arrotondamento sono trascurabili in molte situazioni pratiche.

Come visto nel capitolo precedente, in ogni procedura per la valutazione dell'incertezza, il passo più importante è la definizione delle sorgenti di incertezza che influenzano le grandezze in ingresso. Queste sorgenti di incertezza possono avere una natura statica oppure dinamica. Il comportamento statico può essere descritto attraverso un certo numero di parametri come l'errore di guadagno, offset, non linearità, ecc. che costituiscono una sintetica ma piuttosto comprensiva rappresentazione dell'effetto dei dispositivi sui segnali. Inoltre, gli aspetti legati alla dinamica (banda passante, tempo di assestamento ecc.) non sono considerati assumendo che la variazione dei segnali elaborati sia lenta e, pertanto, i comportamenti legati all'aspetto dinamico possono essere trascurati.

4.2 Incertezze nei trasduttori

La funzione di un trasduttore, indipendentemente da quali siano le grandezze in ingresso e in uscita, è fornire in uscita un segnale proporzionale a quello in ingresso. Il segnale in uscita da un trasduttore ideale ha la stessa forma del segnale in ingresso. La sua funzione è pertanto quella di modificare il segnale di ingresso variandone esclusivamente l'ampiezza.

L'ampiezza del segnale in uscita sarà pertanto pari a quella del segnale in ingresso moltiplicato per il guadagno G_T , essendo il guadagno proprio per definizione, dato dal rapporto (4.1) tra i segnali in ingresso e in uscita dal trasduttore x_{in} e x_{out} .

$$G_T = \frac{x_{out}}{x_{in}} \quad (4.1)$$

- se $G_T > 1$ il trasduttore amplifica il segnale d'ingresso;

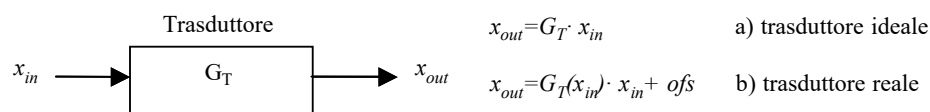


Fig. 4.1: Relazione ingresso-uscita per un trasduttore

- se $G_T < 1$ il trasduttore attenua il segnale d'ingresso:

Se il trasduttore fosse ideale il guadagno G_T sarebbe una costante, mentre nei casi reali il guadagno del trasduttore dipende dal segnale in ingresso (ampiezza, frequenza) ed in presenza anche di segnale nullo il segnale in uscita potrebbe essere diverso da zero per via dell'offset *ofs* (vedi Fig. 4.1). Possono essere inoltre presenti delle cause di non linearità che fanno sì che la forma d'onda in uscita dal trasduttore non sia la riproduzione fedele della forma d'onda in ingresso ma contenga deformazioni.

È molto difficile stabilire aprioristicamente quale sarà l'effetto del trasduttore sulla singola misurazione in quanto differenti sorgenti di incertezza agiscono simultaneamente sul segnale misurato. In particolare queste sono:

- errore di guadagno (o di linearità) e_{GT} ;
- errore di offset e_{OT} ;
- errore di non linearità e_{NLT} .

A differenza dell'offset e del guadagno che introducono un contributo rispettivamente costante o proporzionale all'ampiezza del segnale in ingresso, stabilire gli effetti della non linearità è un compito difficoltoso. L'errore di non linearità, a differenza di quelli di offset e guadagno, comporta una modifica sostanziale nella forma della caratteristica di trasduzione che, non potendo essere più rappresentata da una retta, deve essere espressa almeno da un'equazione di secondo grado che rappresenterebbe comunque un'approssimazione. Per ottenere una caratterizzazione più accurata dell'aspetto della non linearità è necessario avere informazioni dettagliate sul comportamento del trasduttore, o effettuare una caratterizzazione sperimentale. I costruttori forniscono spesso il valore massimo dell'errore di non linearità ma è impossibile individuare una caratteristica che vada bene nei diversi punti di funzionamento del trasduttore, in quanto sono infinite le configurazioni che la caratteristica può assumere per via delle non linearità.

Il segnale in ingresso al trasduttore x_{in} all'interno del trasduttore T viene pertanto alterato per via dei contributi d'errore elencati (vedi Fig.4.2), ed il segnale in uscita x_{out} si può pertanto esprimere con la (4.2) il modello del trasduttore nei confronti delle sorgenti di incertezza, assumendo per semplicità $G_T=1$ e che il contributo sul segnale d'uscita dovuto alle non linearità sia funzione della tensione in ingresso $e_{ONLT}(x_{in})$.

$$x_{out} = x_{in}(1 + e_{GT}) + e_{OT} + e_{ONLT}(x_{in}) \quad (4.2)$$

Nel processo di modellizzazione bisogna stabilire qual'è la massima ampiezza dell'errore che si può avere per ciascuna sorgente ed è necessario assegnare una distribuzione di probabilità opportuna. Questo è ovviamente possibile in modo rigoroso solo effettuando una caratterizzazione metrologica del singolo elemento utilizzato nel sistema di misura (valutazione di tipo A dei contributi di incertezza), ma questo non è sempre possibile, in quanto possono esserci difficoltà dovute al non possedere la strumentazione adatta per la calibrazione degli strumenti e/o ci può essere un problema di tipo economico che non consente né di acquistare questa strumentazione né di svolgere le procedure di caratterizzazione metrologica in un centro di taratura autorizzato.

Nel presente lavoro ci si pone dal punto di vista dell'utente che ha a disposizione solo le informazioni che forniscono i costruttori nei data sheet presentando le prestazioni dei dispositivi nei confronti delle differenti cause d'errore (valutazione di tipo B dei contributi di incertezza).

Nella procedura numerica sviluppata è estratta, da ciascuna *pdf* rappresentativa di ciascuna sorgente di incertezza, la variabile casuale che corrisponde al contributo di quella sorgente d'incertezza sul valore misurato. Come visto nel capitolo precedente queste *pdf* sono assegnate a partire dai dati dichiarati dal costruttore. In particolare è necessario stabilire sia la tipologia (e.g. gaussiana, uniforme, ecc.) sia i valori caratteristici relativi a ciascuna distribuzione (e.g. valore medio e varianza per le

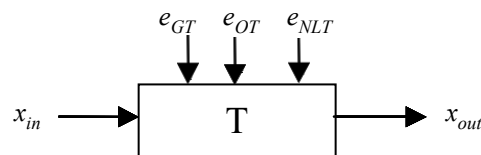


Fig. 4.2: Sorgenti d'errore in un trasduttore

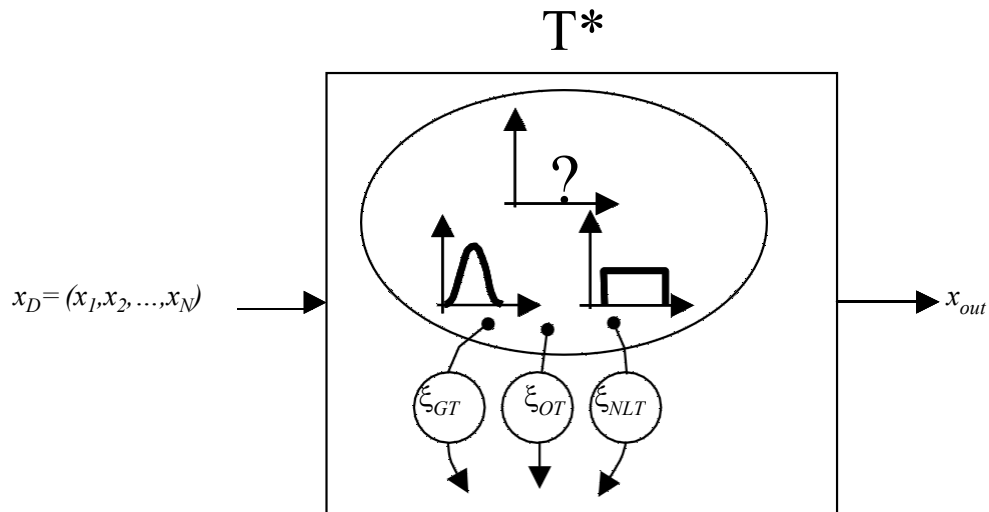


Fig. 4.3: Simulazione del trasduttore reale

distribuzioni gaussiane, valore medio e larghezza dell'intervallo per le distribuzioni uniformi, ecc.), cioè viene prodotta l'informazione necessaria per simulare il trasduttore secondo il metodo numerico presentato.

Nell'ipotesi che l'errore di non linearità sia proporzionale al quadrato del segnale in ingresso, il segnale viene modificato attraverso il trasduttore simulato T^* secondo l'espressione (4.3).

$$x_{out} = x_{in}(1 + \xi_{GT}) + \xi_{OT} + \xi_{ONLT} \cdot x_{in}^2 \quad (4.3)$$

dove:

- ξ_{GT} è la variabile casuale estratta dalla *pdf* dell'errore di guadagno;
- ξ_{OT} è la variabile casuale estratta dalla *pdf* dell'errore di offset;
- ξ_{ONLT} è la variabile casuale estratta dalla *pdf* dell'errore di non linearità;

In definitiva, lo scopo della simulazione è quello di ottenere attraverso il trasduttore T^* un segnale in uscita x_{out} costituito dalla sequenza di campioni in ingresso sui quali si sovrappone la combinazione dei contributi di incertezza $\xi_{GT}, \xi_{OT}, \xi_{ONLT}$, estratti in modo casuale dalle rispettive *pdf* come evidenziato in Fig. 4.3.

4.3 Incertezze nel sistema di acquisizione dati

Come visto nei precedenti capitoli un sistema di misura digitale prevede, di norma, nel sistema di acquisizione dati (DAQ) una fase di condizionamento preliminare del segnale in ingresso. Il segnale associato alla grandezza fisica è sottoposto quindi a un processo di campionamento (circuiti sample & hold) e di quantizzazione (convertitori A/D).

Il numero di bit che il convertitore A/D usa per rappresentare il segnale analogico è la risoluzione. Maggiore è la risoluzione è maggiore è il numero di finestre in cui può essere suddivisa l'ampiezza del segnale di ingresso, e pertanto più piccola sarà la variazione del segnale che può essere rilevata.

Nella Fig. 4.4 una forma d'onda viene digitalizzata tramite un ADC ideale a 4-bit che suddivide il range analogico in $2^4=16$ divisioni. Ciascuna divisione può essere rappresentata da un codice binario tra 0000 e 1111. E' evidente che la rappresentazione digitale del segnale non è una riproduzione rigorosamente fedele del segnale in ingresso poiché una parte dell'informazione viene persa nella conversione. Ovviamente aumentando il numero di bit, per esempio a 16, il numero di divisioni aumenterebbe da 16 a 65.536 e pertanto la fedeltà di riproduzione sarebbe maggiore.

Anche la frequenza di campionamento deve essere opportuna. Sia il campionamento che la quantizzazione alterano il segnale analogico. Questa è dovuta alla perdita di una parte dell'informazione contenuta nel segnale analogico sia in termini di tempo che in termini di ampiezza. Con riferimento al tempo, si introduce un'incertezza nella conoscenza del segnale nell'intervallo temporale compreso fra due successivi istanti di campionamento. Con riferimento alle ampiezze, si introduce un'incertezza sui valori del segnale compresi fra due livelli successivi di quantizzazione.

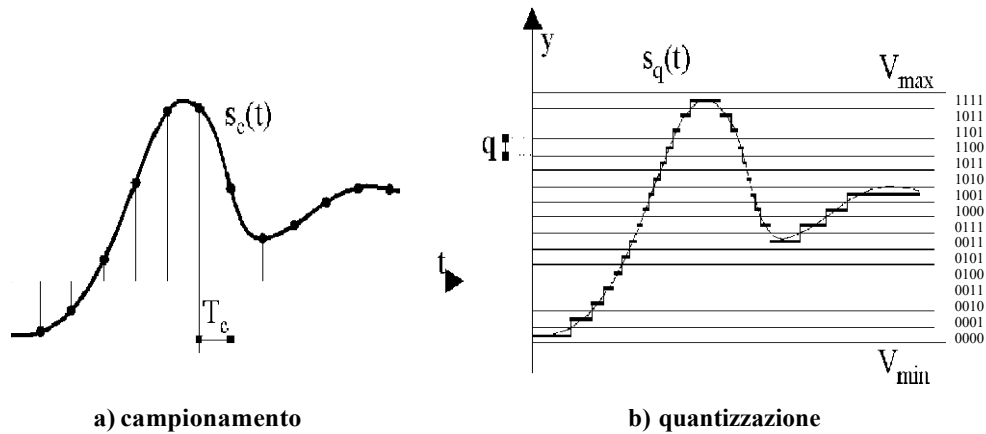


Fig. 4.4: Digitalizzazione forma d'onda

Nel seguito, assumendo che le condizioni imposte dal teorema del campionamento siano state soddisfatte e cioè: che il segnale analogico d'ingresso sia a banda limitata e la frequenza di campionamento maggiore al doppio del massimo valore della frequenza contenuta nel segnale in ingresso, qualsiasi altra incertezza derivante dall'operazione di campionamento del segnale sia trascurabile.

4.3.1 L'errore di quantizzazione

Si è visto in precedenza che il segnale quantizzato differisce dal segnale originario e questa differenza è tanto più ridotta quanto più numerosi sono i livelli di discretizzazione.

La quantizzazione è la prima componente d'incertezza in un convertitore A/D, ed è una conseguenza insita nella suddivisione dell'intervallo un intervallo continuo dove varia il segnale analogico in un numero finito di parti e nella necessità di adottare un set finito di numeri per rappresentarli.

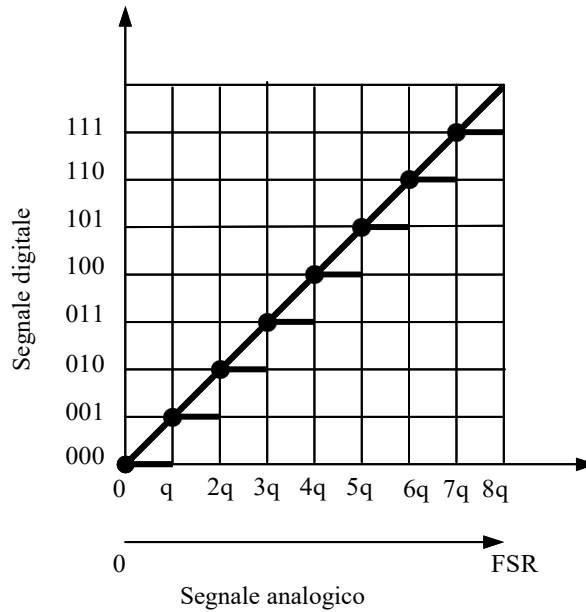


Fig. 4.5: Caratteristica ideale convertitore A/D

Nella Fig. 4.5 è rappresentata la caratteristica di un convertitore ideale, in cui i valori analogici sono stati codificati in corrispondenza all'estremo sinistro del generico intervallo di quantizzazione. La caratteristica ideale si presenta pertanto come una retta. Per un convertitore A/D con k bit, il cui intervallo analogico di ingresso è FSR, l'intervallo di quantizzazione è pari a $q = \frac{FSR}{2^k}$. Frequentemente per fare riferimento a questo intervallo si utilizza il termine *least significant bit (LSB)*, questo poiché l'unità più piccola in uscita dal convertitore digitale pari a 1 bit corrisponde all'intervallo di

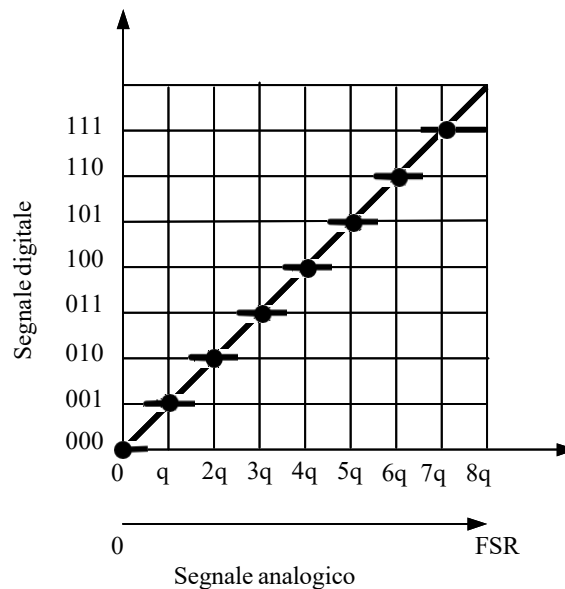


Fig. 4.6: Caratteristica convertitore A/D con disturbo di quantizzazione pari a $\pm q/2$.

quantizzazione q .

La differenza fra l'ampiezza del segnale reale e il valore che lo approssima in forma digitale, costituisce il disturbo o errore di quantizzazione che sarà indicato con ξ_Q . Se si considera un valore di tensione analogica V in ingresso al quantizzatore, per via del contributo di incertezza dovuto alla quantizzazione, in uscita si troverà un valore digitale V_i che è il valore caratteristico dell'intervallo di quantizzazione dove cade il segnale di ampiezza V . Ad esempio, con riferimento alla Fig. 4.5 se il segnale V fosse compreso tra $3q$ e $4q$ allora il corrispondente V_i sarebbe uguale a 011 .

Nella pratica si può ottenere una riduzione della potenza associata al disturbo di quantizzazione [1], facendo in modo che l'intervallo di indifferenza q risulti centrato rispetto al livello nominale di quantizzazione V_i . Questo caso è riportato nella Fig.4.6, dove si può notare che il disturbo di quantizzazione risulta contenuto entro una fascia simmetrica $\pm 1/2$ LSB ovvero pari a $\pm q/2$

L'errore di quantizzazione e_Q è quindi definibile come la differenza fra il valore V_i e il valore reale della tensione V cioè $e_Q = V_i - V$.

Il processo di conversione A/D, non è biunivoco e se ad ogni campione x_k di ampiezza V il associa univocamente un codice digitale V_k , al generico codice digitale V_k non è possibile individuare univocamente il corrispondente valore analogico V che lo ha generato.

In altri termini, non conoscendo il valore analogico che si trova in ingresso al quantizzatore ma soltanto quello in uscita V_i si può affermare che quel valore non è rappresentativo di un unico valore ma di infiniti valori, ed in particolare di tutti i valori che possono ricadere all'interno più piccolo intervallo di variazione del segnale q .

L'errore di quantizzazione è quindi suscettibile di un'interpretazione probabilistica, assumendo che esso sia rappresentato da una variabile aleatoria ξ_q continua distribuita uniformemente nell'intervallo $\pm q/2$, quindi con densità di probabilità $pdf(\xi_q)$ di tipo uniforme come mostrato in Fig. 4.7 e la cui espressione matematica e quella in (4.4):

$$pdf(\xi_q) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{se } -\frac{q}{2} \leq \xi \leq \frac{q}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (4.4)$$

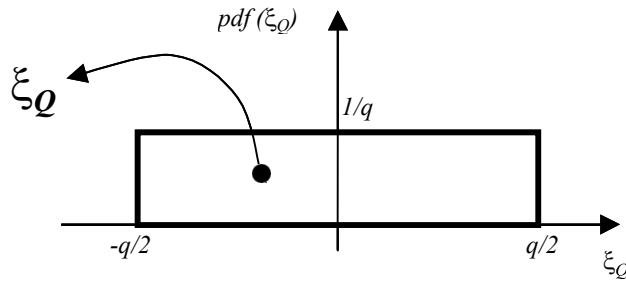


Fig. 4.7: Modellizzazione dell'errore di quantizzazione

I parametri statistici associati a questa variabile aleatoria sono il valor medio μ_Q , che risulta nullo, e la varianza σ_Q^2 :

$$\sigma_Q^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - \mu_Q)^2 pdf(\xi) d\xi = \frac{1}{q} \int_{-q/2}^{+q/2} (\xi - \mu_Q)^2 d\xi = \frac{q^2}{12} \quad (4.5)$$

La scelta di centrare l'intervallo di indifferenza rispetto al valore di riferimento comporta il vantaggio di non introdurre errori di tipo sistematico (caratterizzati da valor medio non nullo).

4.3.2 L'errore di offset

Il fenomeno di offset può essere rappresentato graficamente attraverso la traslazione parallelamente a se stessa della caratteristica ideale. In ogni punto della scala si avrà quindi un errore che costituisce appunto l'offset e che comporta nella pratica che lo scatto da un codice digitale ad un altro non avvenga esattamente per il valore analogico pari kq ma avviene a una quantità $kq \pm e_0$ dove con e_0 si è indicato il contributo d'errore dovuto all'offset.

In Fig. 4.8 viene mostrata la caratteristica del convertitore A/D come si modifica per via dell'errore di offset.

Si supponga che i valori analogici siano codificati in corrispondenza all'estremo sinistro del generico intervallo di quantizzazione. In tale caso, se l'offset (nell'esempio con contributo negativo e l'offset si sottrae al segnale in ingresso) non ci fosse allora per un segnale analogico di valore da $3q$ fino a $4q$ si avrebbe la conversione in digitale mediante il codice 011, se il segnale fosse più grande verrebbe convertito nel codice 100. Nel caso reale invece affinché si possa avere lo scatto del convertitore il segnale deve essere di livello maggiore di L_4 .

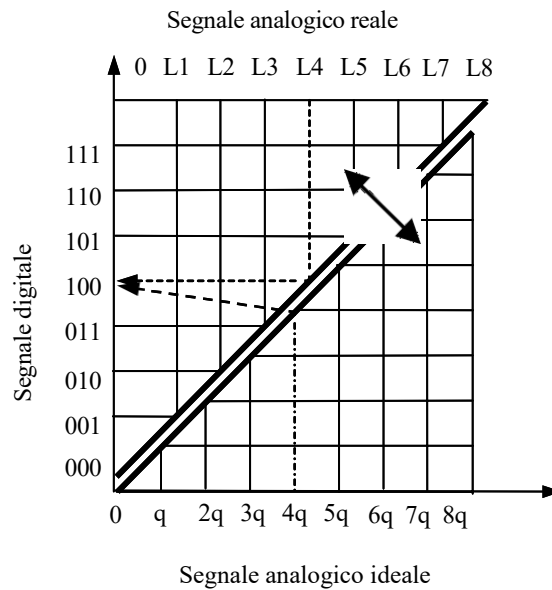


Fig. 4.8:Errore di offset in un sistema di conversione A/D

La presenza dell'offset equivale all'avere un segnale analogico generato internamente al convertitore che si sovrappone al segnale analogico in ingresso. L'errore di offset può presentare caratteristiche di sistematicità oltre che di casualità. Poiché vi sono molti parametri che intervengono sul valore dell'offset, per esempio la temperatura di funzionamento e la tensione di alimentazione dei circuiti del convertitore, è molto complicato stabilire quale sia l'entità del contributo di tipo sistematico e quello di tipo casuale.

Nel presente lavoro l'errore di offset è stato rappresentato da una variabile aleatoria ξ_0 continua $pdf(\xi_0)$ distribuita uniformemente nell'intervallo $\pm o/2$ scelto in base ai valori dichiarati dal costruttore.

4.3.3 L'errore di guadagno

L'errore di guadagno (*gain error*) è dovuto alla imprecisione nel valore del riferimento di tensione o alle tolleranze dei guadagni degli stadi di amplificazione o attenuazione dello stadio di condizionamento del segnale.

A differenza dell'offset, che interessa tutti i campioni allo stesso modo, l'effetto deformante dovuto all'incertezza di guadagno è diverso per ogni codice ed è tanto più marcato quanto più ci si avvicina al fondo scala del convertitore. Tale causa di incertezza si manifesta come una variazione di pendenza della caratteristica reale rispetto a quella

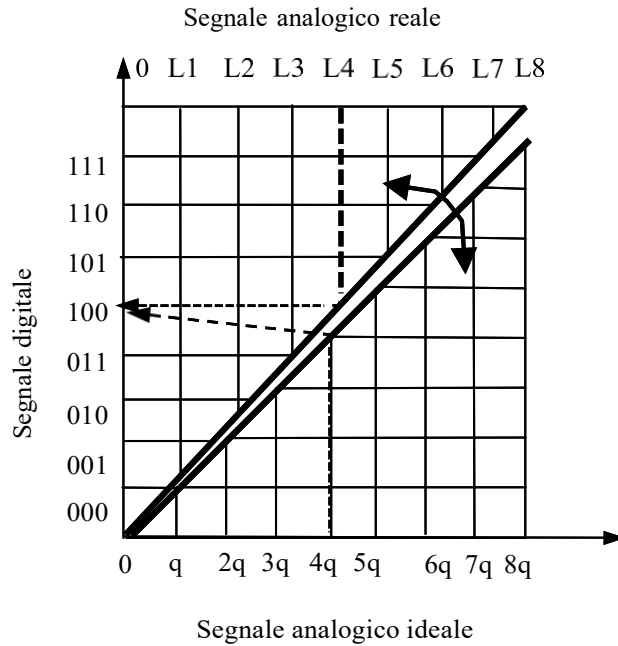


Fig. 4.9: Errore di guadagno in un sistema di conversione A/D

ideale e quindi come una variazione percentuale costante in ogni punto della scala come evidenziato in Fig. 4.9.

Nel presente lavoro l'errore di guadagno è stato rappresentato da una variabile aleatoria ξ_G continua $pdf(\xi_G)$ distribuita uniformemente nell'intervallo $\pm g/2$ scelto in base ai valori relativi all'errore di guadagno riferito al fondo scala dichiarato dal costruttore.

4.3.4 Considerazioni sugli errori di offset e di guadagno

In alcuni casi gli errori di offset e di guadagno venivano considerati come errori sistematici e per i quali quindi è possibile effettuare la correzione, ma ciò è un caso molto raro nella pratica.

In alcuni casi nei convertitori A/D sono presenti dei terminali che permettono di ridurre, mediante opportuni circuiti esterni, gli effetti di ciascuna di queste cause ma, anche in presenza di tale compensazione resterebbe comunque un valore residuo, incerto in valore e segno, che comporta la definizione di una fascia di incertezza attorno alla caratteristica ideale lungo tutto il campo di misura.

Seppur dunque si possa associare agli errori di offset un carattere di sistematicità, non è comunque possibile eliminare la componente casuale che è sempre presente e che

è dovuta alle reali caratteristiche dei dispositivi usati che in qualche modo si differenzieranno da quelle della famiglia di appartenenza sia alle influenze di carattere ambientale, quali la temperatura e la tensione di alimentazione dei circuiti elettronici

4.3.5 L'errore di non linearità

A causa delle non idealità dei componenti impiegati, i passi di quantizzazione di un convertitore possono essere diversi l'uno dall'altro lungo il campo di misura. Idealmente incrementando il livello della tensione applicata sul sistema DAQ, i codici digitali dell'ADC dovrebbero anch'essi incrementarsi linearmente. Pertanto, come visto in Fig. 4.5 disegnando la tensione in ingresso in funzione del codice in uscita dell'ADC ideale, il grafico dovrebbe essere una linea retta.

Per via delle non linearità, la caratteristica reale del convertitore non è più una retta, e tutte le deviazioni della caratteristica da quella ideale riguardano gli errori di non linearità.

Si possono definire due tipi di errori di non linearità, a seconda della caratteristica che interessa evidenziare.

Il figura 4.10 è rappresentato l'errore di linearità integrale (*integral nonlinearity*) di un convertitore AD. Esso è dato dalla differenza, per ogni parola di codice, fra il valore effettivo della tensione analogica in ingresso e quello della retta di migliore approssimazione. Essendo tale differenza variabile, in termini sia assoluti che percentuali, nei diversi punti della scala, le specifiche dei dispositivi forniscono il valore massimo di questo errore, senza specificare in quale punto della scala esso si manifesta.

L'errore di non linearità differenziale (*differential nonlinearity*), evidenziato in Fig. 4.11, invece ha attinenza con due codici adiacenti. Nel caso ideale, i valori analogici corrispondenti a due codici adiacenti dovrebbero differire di un passo di quantizzazione q (o di un LSB). La non linearità differenziale è misurata in LSB e considera il caso peggiore della larghezza del segnale analogico per avere una variazione tra due codici adiacenti dal suo valore ideale di 1 LSB. Un sistema DAQ ideale ha un errore di non linearità differenziale di 0 LSB, che significa avere una variazione nel codice digitale di 1 LSB ogni variazione di un passo di quantizzazione q nel segnale analogico, mentre un buon dispositivo dovrebbe avere un errore di non linearità differenziale di ± 0.5 LSB, che significa avere una variazione nel codice digitale di 1 LSB ogni variazione di 1 ± 0.5 LSB nel segnale analogico. Nel caso della figura 4.11

è evidente che lo scatto del convertitore da 100 a 101 si ha per una variazione del livello del segnale pari alla distanza L5-L4, inferiore al passo di quantizzazione.

Per modellare la non-linearità dal punto di vista dell'incertezza considerando i dati dichiarati dal costruttore è necessario formulare delle ipotesi.

La prima ipotesi da fare è quella relativa a trovare la relazione tra l'errore di non linearità e_{NL} e il segnale in ingresso.

L'ipotesi che qui viene formulata è quella di considerare un legame tra l'errore e il segnale in ingresso con una relazione di secondo grado (4.6):

$$e_{NL}(x_{in}) = ax_{in}^2 + c \quad (4.6)$$

Un'altra approssimazione è che il valore medio dell'errore su tutta la caratteristica sia nullo e che in corrispondenza agli estremi esso sia pari al valore dichiarato da costruttore ENL

Queste due condizioni sono riportate nel sistema di equazioni (4.7):

$$\begin{cases} \int_{-FSR}^{+FSR} e_{NL}(x_{in}) d(x_{in}) = \int_{-FSR}^{+FSR} (ax_{in}^2 + c) d(x_{in}) = 0 \\ e_{NL}(FSR) = aFSR^2 + c = ENL \end{cases} \quad (4.7)$$

Le costanti a e c possono essere determinate risolvendo il sistema di equazioni:

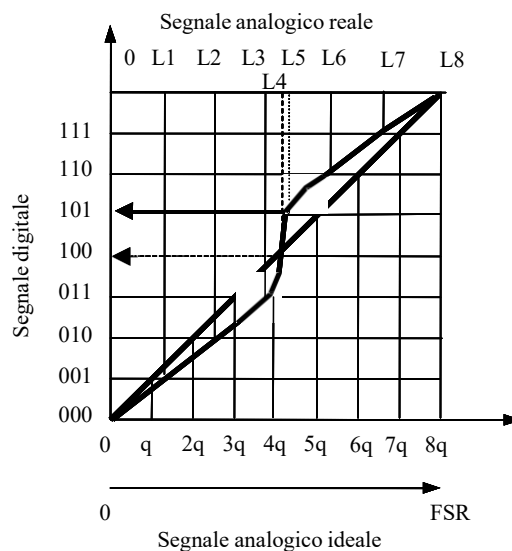


Fig 4.11: Errore di non linearità differenziale

$$\begin{cases} \int_{-FSR}^{+FSR} (ax_{in}^2 + c)d(x_{in}) = \left[a \frac{x_{in}^3}{3} + cx_{in} \right]_{-FSR}^{+FSR} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \frac{FSR^2}{3} + c = 0 \\ c = ENL - aFSR \end{cases} \Rightarrow \\ \left| e_{NL}(FSR) = aFSR^2 + c = ENL \right. \\ \left. \begin{cases} a \frac{FSR^2}{3} + ENL - aFSR^2 = 0 \\ c = ENL - aFSR^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3ENL}{2FSR^2} \\ c = -\frac{ENL}{2} \end{cases} \right. \end{cases} \quad (4.8)$$

Pertanto la (4.7) diventa come la (4.9):

$$e_{NL}(x_{in}) = \frac{3ENL}{2FSR^2} x_{in}^2 - \frac{ENL}{2} \quad (4.9)$$

E' possibile rimuovere l'ipotesi legata al considerare l'errore massimo nel fondo scala, in quanto questo potrebbe verificarsi in un punto qualunque della caratteristica, sostituendo al valore massimo ENL, una variabile aleatoria ξ_{NL} con distribuzione uniforme entro l'intervallo $\pm ENL$.

4.3.6 L'errore dovuto al rumore

Un'altra causa d'errore presente nel sistema DAQ è il rumore (*noise*). Ogni segnale indesiderato che si sovrappone al segnale digitalizzato è rumore.

In generale il PC dove viene innestata la scheda di acquisizione dati è un ambiente "rumoroso" pertanto la presenza di rumore si può anche avere sui segnali acquisiti specie se il sistema non è progettato in modo che possieda buone caratteristiche di attenuazione del rumore.

La Fig. 4.12 mostra l'effetto del rumore sul segnale acquisito e campionato, Nel caso a) il segnale non è affetto da rumore o comunque questo risulta attenuato a un effetto massimo inferiore a 3LSB, mentre nel caso b), il contributo del rumore sul segnale può raggiungere 20 LSB [2].

Nel caso del presente lavoro il rumore è stato modellato attraverso una variabile aleatoria ξ_N con distribuzione gaussiana con deviazione standard pari a 1/3 del valore massimo di noise dichiarato dal costruttore.

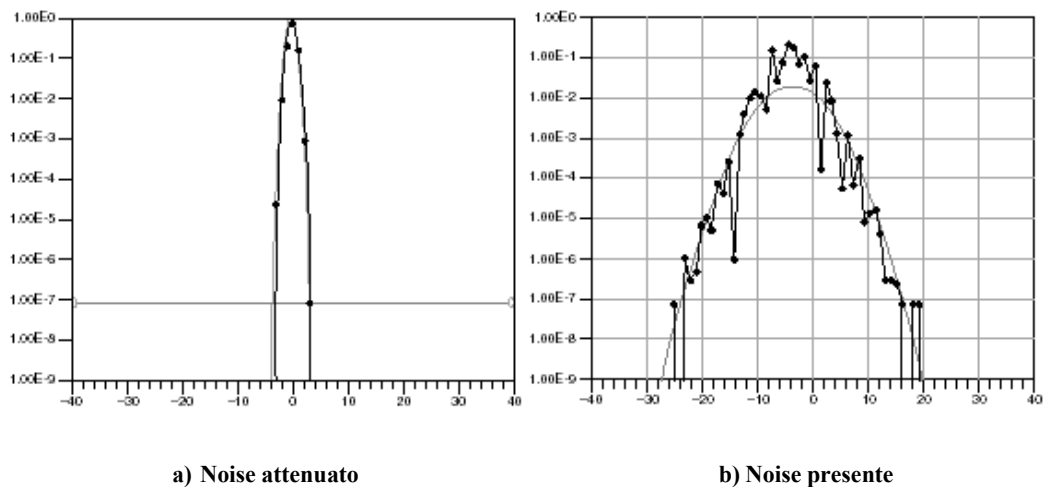


Fig 4.12: Effetti del rumore sul campionamento

4.3.7 L'accuratezza della scheda DAQ

L'accuratezza (accuracy) è il parametro che riassume complessivamente l'effetto di tutte queste cause d'errore e quindi la bontà della conversione. Per un ADC l'accuracy è la massima differenza tra il segnale in ingresso e il livello analogico rappresentato dal codice in uscita. Per i convertitori ad alta risoluzione (16÷18 bit) l'accuracy dipende, oltre che dalla qualità dei componenti, anche dal progetto della scheda contenente il circuito stampato: per esempio, è rilevante il problema delle masse. L'accuracy è solitamente coordinata con la risoluzione, e dovrebbe essere compresa entro la fascia di $\pm \frac{1}{2}$ LSB, ma per via di tutte le cause d'errore viste questo non può verificarsi.

4.3.8 Correlazioni tra le sorgenti d'incertezza

Un ultimo aspetto da considerare riguarda la correlazione tra le variabili casuali che simulano le cause d'incertezza.

Per esempio, quantizzazione e noise che si sovrappongono sul segnale in ingresso, possono essere considerati come statisticamente indipendenti e ciascun campione si può ipotizzare affetto da un termine casuale che ha una sua distribuzione di probabilità.

Offset ed errore di guadagno possono essere considerate variabili totalmente correlate e il contributo su ciascun campione dovrebbe essere considerato costante su

tutta la popolazione di dati acquisiti ma il cui valore ha però una sua distribuzione di probabilità.

L'offset sarà pertanto un termine costante che si dovrà aggiungere a ciascun campione, mentre l'errore di guadagno introduce un errore proporzionale al valore del campione. Entrambi i valori sono espressi dalla *pdf* assegnata in fase di modellazione.

Queste assunzione introducono delle semplificazioni che sono comunque accettabili per insiemi di dati acquisiti in un tempo breve.

Gli errori di non linearità sono più complicati da considerare dal momento che si dovrebbe determinare la caratteristica del convertitore in ciascun test

In definitiva, durante la simulazione Monte Carlo del sistema di acquisizione dati DAQ*, sul segnale elaborato sono introdotte tutte le componenti di incertezza mediante i termini dell'equazione (4.10) dove le diverse variabili casuali sono estratte dalle distribuzioni di probabilità viste.

$$x_{out} = x_{in} \cdot (1 + \xi_G) + \xi_O + \xi_N + \xi_Q + \xi_{NL} \cdot \left(\frac{3x_{in}^2}{2FSR^2} - \frac{1}{2} \right) \quad (4.10)$$

dove:

ξ_G = variabile casuale rappresentativa dell'errore di gain

ξ_O = variabile casuale rappresentativa dell'errore di offset

ξ_Q = variabile casuale rappresentativa dell'errore di quantizzazione

ξ_N = variabile casuale rappresentativa dell'errore di noise

ξ_{NL} = variabile casuale rappresentativa dell'errore di non linearità

Concludendo, attraverso la simulazione della scheda DAQ è possibile di ottenere attraverso il modello DAQ* un segnale in uscita x_{out} costituito dalla sequenza dalla sequenza di campioni in ingresso, provenienti dal blocco T* sui quali si sovrappone la combinazione dei contributi di incertezza della scheda di acquisizione dati, estratti in modo casuale dalle rispettive *pdf* come evidenziato in Fig. 4.13.

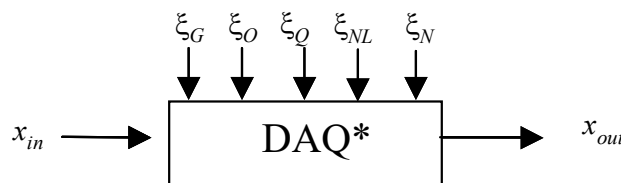


Fig. 4.13: Sorgenti di errore nella DAQ

4.4 L'errore di fase

Tra le cause di incertezza in un sistema digitale vi sono dei trasduttori vi sono i ritardi nel tra il segnale in ingresso e il segnale in uscita dal trasduttore (errore di fase), ma quando si considera un sistema digitale, non è importante il ritardo (time-delay o phase-shift) nel singolo trasduttore quanto il ritardo relativo tra i due canali dove sono acquisiti segnali differenti. Nella Fig. 4.14 è evidenziato con maggior chiarezza quest'aspetto supponendo di considerare un segnale di tensione e uno di corrente che vengono trasdotti attraverso due trasduttori di tensione e di corrente, rispettivamente VT e CT, per poi essere inviati al sistema di campionamento tramite il multiplexer della scheda DAQ.

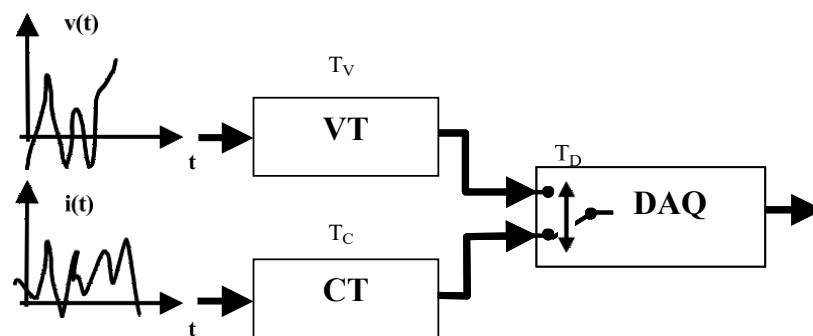


Fig. 4.14: Ritardi dei trasduttori e multiplexer

Nel caso di Fig. 4.14 non si realizza il campionamento simultaneo dei due canali, in quanto il multiplexer commuta alternativamente prima sul canale di tensione e successivamente sul canale di corrente. In tal modo, la sequenza dei campioni di corrente è spostata, rispetto alla sequenza dei campioni di tensione, di un ritardo temporale. Siano T_V e T_C i ritardi nei due trasduttori mentre T_D è il tempo di commutazione del multiplexer; se il multiplexer fosse ideale ($T_D=0$) allora il tempo di ritardo tra i due canali sarebbe $T_{VC}=T_V-T_C$ (ipotizzando T_V maggiore di T_C), se si considera anche il ritardo di commutazione allora $T_{VC}=T_V-T_C+T_D$.

Se si dovesse per esempio misurare la potenza $P = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k \cdot i_k$ associata a due segnali di tensione e di corrente che sono stati campionati e digitalizzati e v_k e $i_k, k=1..N$, siano i campioni ottenuti in un periodo, nel caso di campionamento non simultaneo, le sequenze di campioni di tensione e corrente sarebbero acquisite con uno sfasamento

reciproco (cioè ciascun campione di corrente i_k non contemporaneo al corrispondente campione di tensione v_k) e quindi nel calcolo viene introdotto un errore.

L'incertezza relativa al multiplexing sui 2 canali può essere compensata considerando la media dei campioni in due istanti successivi di campionamento o, in alternativa è possibile considerare una variabile casuale δ_t sul segnale di corrente o di tensione. Infatti, poiché T_V , T_C e T_D dipendono dal segnale in gioco e dal tipo di dispositivo usato l'errore di fase è da considerarsi come una causa di incertezza casuale.

4.5 Modellizzazione dell'errore di fase

Dal punto di vista analitico l'incertezza che insorge nel caso di non contemporaneità di acquisizione tra due canali può essere attribuita solo ad un canale, senza alcuna perdita di informazione.

Si supponga di dover per esempio misurare la potenza secondo la relazione

$$P = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k \cdot i_k .$$

Considerando il canale di tensione come riferimento, sotto la realistica assunzione di un tempo di ritardo δt molto piccolo, ciascun campione della corrente è influenzato da un'incertezza che può essere approssimato con l'espressione (4.11):

$$i_k + \left. \frac{di}{dt} \right|_{i=i_k} \delta t \quad (4.11)$$

Il tempo di ritardo δt può essere assunto costante su ogni campione (questa approssimazione è valida per brevi tempi di acquisizione) e in molti casi può essere considerato come l'effetto random residuo dopo la compensazione. Si assume che la corrispondente variabile casuale abbia una distribuzione uniforme nel range $\pm \delta t_{max}$.

Si consideri ora la potenza attiva influenzata solo dall'incertezza connessa al ritardo di acquisizione δt tra i due canali. Questa incertezza può essere associata ai campioni della corrente, la cui stima può essere così approssimata con l'espressione (4.12):

$$\tilde{i}_k = i_k + \delta i_k \cong i_k + \left. \frac{di}{dt} \right|_{i=i_k} \delta t \quad (4.12)$$

CAPITOLO 5

VALIDAZIONE DEL METODO NUMERICO

5.1 Introduzione

La procedura di validazione di un metodo sperimentale è un passo molto importante nello sviluppo di sistemi e procedure. La validazione corrisponde in questo caso al processo di verifica attraverso l'esperimento che i risultati ottenuti siano accettabili per lo scopo prefissato.

In questo caso, lo scopo della validazione è verificare che il metodo numerico di simulazione sviluppato sia in grado di riprodurre il comportamento metrologico dei componenti della catena di misura in uno strumento digitale. A tal fine il metodo numerico è stato implementato su calcolatore mediante il pacchetto software LabView. Lo stesso software è stato anche utilizzato per comandare la scheda di acquisizione dati che acquisisce e digitalizza i segnali in ingresso e che saranno poi elaborati attraverso dello strumento digitale realizzato.

Mediante la procedura di validazione è verificata l'affidabilità del risultato della combinazione e propagazione dei contributi d'incertezza, che si sovrappongono al segnale d'ingresso, all'interno dello strumento.

Le diverse fasi della validazione sperimentale effettuata sono riportate in dettaglio nel seguito del capitolo. In particolare è descritta l'architettura dello schema di prova e le caratteristiche degli strumenti utilizzati, i criteri seguiti nella valutazione di categoria B dei singoli contributi all'incertezza e il tipo di algoritmo di misura adottato.

5.2 Descrizione della procedura di validazione

Per poter procedere alla validazione della metodologia illustrata era necessario avere un segnale di riferimento le cui caratteristiche fossero note con sufficiente accuratezza. Per questo motivo si è fatto ricorso a un calibratore di precisione. In particolare si è usato il modello 5720 prodotto dalla Fluke. Il calibratore è in grado di fornire segnali di tensione con diverse forme d'onda e con ampiezza e frequenza prestabilite. Il grado di accuratezza dei segnali generati è molto elevato

Nel caso di tensioni continue (voltage DC) il calibratore può generare segnali aventi un valore di ampiezza da 0 a $\pm 1100V$ con incertezza pari a ± 3.5 ppm del valore impostato, mentre nel caso di tensioni alternate (Voltage AC) il calibratore può generare segnali aventi un valore di ampiezza da 220 mV fino 1100V con frequenza da 10 Hz fino a 1 MHz e con accuratezza di ± 45.0 ppm del valore impostato.

Durante la validazione sono stati considerati segnali sinusoidali con frequenza di 50 Hz e 100 Hz. Il segnale è stato inviato dal calibratore alla scheda di acquisizione dati considerando valori di ampiezza differenti e pari al 10 %, 50 % e 100% del fondo scala della scheda di acquisizione, che era pari a 10V.

Lo schema del set-up sperimentale realizzato è rappresentato in Fig. 5.1. I trasduttori non sono stati considerati nel test in quanto il segnale generato poteva essere direttamente applicato alla scheda di acquisizione dati. Il considerare o meno i trasduttori non lede comunque la validità delle prove eseguite.

La scheda DAQ digitalizza il segnale generato dal calibratore che poi è elaborato attraverso il modello di misura implementato via software. Il segnale è stato acquisito

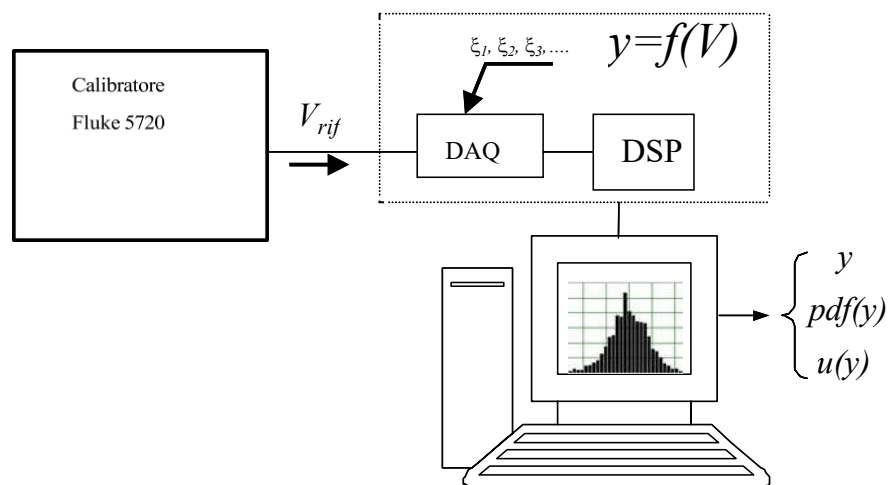


Fig. 5.1: Set-up sperimentale della procedura di validazione

considerando tre differenti velocità di acquisizione dei campioni. Nel primo caso sono stati acquisiti 256 campioni per periodo, nel secondo 512 e nella terza 1024.

5.2.1 L'algoritmo di misura

Come algoritmo di misura si è scelto di calcolare il valore efficace (V_{RMS}) del segnale in ingresso definito dall'equazione (5.1)

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} \quad (5.1)$$

dove v_i sono i campioni del segnale V_{rif} ed N è il numero di campioni acquisiti durante un periodo.

Ciascun campione deve essere considerato come grandezza di ingresso al modello di misura, e pertanto in questo caso, valutare la propagazione dell'incertezza attraverso l'elaborazione digitale mediante le tecniche analitiche sarebbe un compito piuttosto complesso. Infatti, la presenza della radice quadrata complica non poco un eventuale tentativo di determinazione dell'incertezza attraverso le formule della statistica. Essendo inoltre l'algoritmo di misura di tipo non lineare, la strada dell'applicazione della legge di propagazione della GUM non è praticabile.

5.2.2 Modellizzazione delle incertezze della scheda DAQ

I test sperimentali sono stati eseguiti considerando una scheda di acquisizione dati AT-MIO16E-10 della National Instruments. La scheda utilizzata consente una velocità di campionamento massima di 100 kS/s, ed utilizza al suo interno un convertitore A/D con 12 bit di risoluzione.

Le sorgenti di incertezza sono state modellizzate attraverso delle distribuzioni di probabilità di tipo uniforme con valore medio nullo.

Il valore usato per definire l'intervallo di variazione dei contributi di queste incertezze è stato desunto dalle specifiche fornite dal produttore della scheda e riassunti nella Tabella 5.1.

Il valore dell'errore di offset si presuppone quindi distribuito nell'intervallo $[-6.4\text{mV}, +6.4\text{mV}]$, l'errore di non linearità si è considerato distribuito nell'intervallo $[-2.4\text{mV}, +2.4\text{mV}]$, quello di noise nell'intervallo $[-3.5\text{mV}, +3.5\text{mV}]$.

L'errore di guadagno si è considerato uniformemente distribuito nell'intervallo $\pm g/2$, dove g è valore massimo dell'errore di guadagno dichiarato dal costruttore.

Si deve osservare che tra le cause di incertezza, quella che ha il maggior contributo in termini quantitativi è l'errore di guadagno.

5.2.3 Risultati dei test di validazione

Offset	Guadagno (Gain Error)	Errore di Non linearità (DNL)	Rumore (Noise)
6.4 mV	0.072%	2.4 mV	3.5 mV

Tabella 5.1: Specifiche scheda DAQ AT-MIO16E-10

L'applicazione del metodo Monte Carlo consente di eseguire un numero ripetuto di misure del valore efficace del segnale. Nel caso particolare sono state eseguite 1000 stime del valore V_{rms} . La miglior stima del valore della misura secondo la GUM è il valore medio \bar{V}_{rms} della distribuzione dei valori $V_{rms,i}$ con $i=1..1000$. Il valore medio \bar{V}_{rms} è stato confrontato con il segnale V_{rif} imposto mediante il calibratore.

Se non vi fosse stato nessun contributo di incertezza ovviamente sarebbe dovuto risultare $\bar{V}_{rms} = V_{rif,rms}$. Nella Fig. 5.2 si rappresenta la distribuzione della frequenza di occorrenza dei valori $\Delta V_i = V_{rms,i} - V_{rif,rms}$ nel caso di un'ampiezza massima del segnale del calibratore $\sqrt{2} \cdot V_{rif,rms}$ pari al 10% del valore del fondo scala della scheda di acquisizione dati e frequenza 100Hz.

Dalla figura si può osservare che la distribuzione dei valori ottenuti approssima

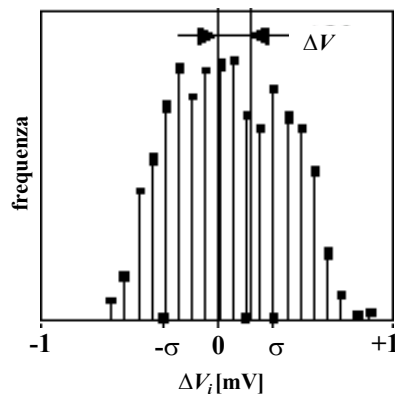


Fig. 5.2: Distribuzione dei valori $\Delta V_i = V_{rms,i} - V_{rif,rms}$

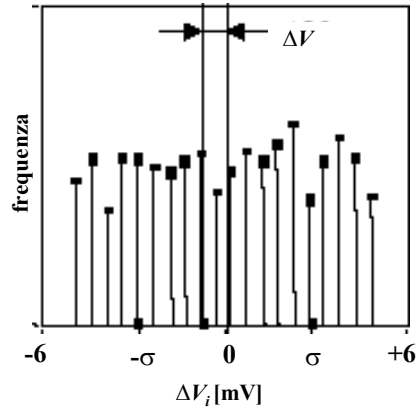


Fig. 5.3: distribuzione dei valori $\Delta V_i = V_{rms,i} - V_{rif,rms}$

una curva gaussiana. Questo conferma che il caso esaminato rientra nei limiti di validità del teorema del limite centrale.

Nella Fig. 5.3 è invece rappresentata la distribuzione della frequenza di occorrenza dei valori di ΔV_i nel caso di un'ampiezza massima del segnale del calibratore $\sqrt{2} \cdot V_{rif,rms}$ pari al 100% del valore del fondo scala della scheda di acquisizione dati sempre per il segnale con frequenza 100Hz.

In questo caso si vede che la distribuzione dei valori tende ad essere di tipo uniforme e questo è dovuto al fatto che l'errore di guadagno ha in questo caso un peso maggiore rispetto a tutti gli altri contributi di incertezza. Essendo la modellizzazione dell'errore di guadagno di tipo rettangolare questa si trova nella stessa forma nel risultato ottenuto attraverso l'algoritmo di misura.

Si può osservare che per entrambi i casi risulta che la differenza $\Delta V = \bar{V}_{rms} - V_{rif,rms}$ risulta all'interno dell'intervallo $\pm\sigma$ della distribuzione finale ottenuta.

Si può concludere pertanto che la procedura di validazione ha mostrato l'efficacia del metodo proposto, in particolare in quanto il valore *vero* del segnale cade entro la banda di incertezza determinata dallo strumento.

5.3 Validazione della procedura numerica per l'introduzione dell'errore di fase

Per verificare il risultato ottenibile con la procedura Monte Carlo nel caso di ritardo relativo tra due canali che acquisiscono segnali differenti, è stata valutata

l'incertezza della potenza media $P = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k \cdot i_k$ è confrontata con l'incertezza combinata ottenuta mediante il metodo analitico della speranza matematica.

A questo proposito, è stato simulato il comportamento di una scheda di acquisizione dati ideale a 8 bit per la quale viene considerato solo l'errore di quantizzazione sui i campioni di tensione e di corrente acquisiti. Entrambi i segnali hanno una componente fondamentale (1kHz) con ampiezza uguale a metà del FSR e una terza armonica di ampiezza pari ad un terzo della fondamentale. Sono stati acquisiti 64 campioni per volta, ed il massimo tempo di ritardo nell'acquisizione tra i due segnali è 1 μs . La variabile casuale δt è stata modellizzata con distribuzione uniforme in base a tale valore. Dal punto di vista analitico, sotto l'ipotesi di considerare il time shift δt e la quantizzazione come variabili non correlate, le due deviazioni standard che insorgono dalla (2.30) e (4.17) viste nel capitolo 2 e nel capitolo 4, possono venire combinate attraverso la radice quadrata della somma dei quadrati, secondo la quanto previsto dalla GUM.

$$u_{Pq} = \sqrt{\frac{I^2}{12N} \frac{q^2}{v_{rms}} + \frac{V^2}{144N} \frac{q^2}{i_{rms}}} \quad (2.30)$$

$$u_{Pt} = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k \frac{di}{dt} \Big|_{i=i_k} \right)^2 \cdot \frac{\delta t_{max}^2}{3}} \quad (4.17)$$

In questo modo è possibile ottenere il valore dell'incertezza sulla misura di potenza.

La Tabella 5.2 mostra alcuni risultati numerici, ottenuti facendo variare la fase tra le componenti fondamentali di tensione e di corrente.

I risultati ottenuti permettono di validare il metodo numerico.

Sono stati eseguiti molti altri test, sia cambiando i parametri del sistema ideale simulato anche prendendo in considerazione anche le altre fonti di incertezza esistenti (rumore, offset, errore di guadagno, etc.). I risultati delle simulazioni numeriche sono sempre in perfetto accordo con i riferimenti teorici.

	Incertezza espressa in funzione del valore di riferimento	
phase shift (rad)	Metodo Analitico	Metodo Numerico
0	0.076 %	0.075 %
$\pi/8$	0.156 %	0.152 %
$\pi/4$	0.324 %	0.320 %

Tabella 5.2- risultati di validazione

CAPITOLO 6

UNO STRUMENTO DIGITALE PER LE MISURE NEI SISTEMI ELETTRICI DI POTENZA

6.1 Introduzione

I concetti esposti ed il metodo sviluppato sono approfonditi considerando un'applicazione del metodo attraverso uno strumento virtuale appositamente progettato per le misure digitali nei sistemi elettrici di potenza.

Lo strumento digitale che è stato realizzato può essere usato per effettuare misure di Power Quality [25,26] ovvero per effettuare misure su un sistema elettrico quando sono presenti disturbi sulla tensione di alimentazione o sulla corrente e, in generale, quando non sono verificate le condizioni ideali di:

- frequenza costante e pari al valore nominale (50 Hz o 60 Hz);
- tensione di alimentazione costante e pari al valore nominale;
- forma d'onda sinusoidale;
- terna simmetrica diretta nel caso di sistemi trifase;
- continuità del servizio.

In tali situazioni l'utilizzo di strumentazione digitale è d'obbligo poiché può essere necessario memorizzare le forme d'onda e poter effettuare le elaborazioni in una fase successiva o effettuare elaborazioni complesse (e.g. calcolo di indici particolari).

Saranno descritte in dettaglio le tipologie di componenti usati, le ipotesi adottate nella modellizzazione delle sorgenti di incertezza nei diversi componenti. Inoltre, i

risultati ottenibili con l'impiego della procedura numerica sviluppata saranno illustrati con l'aiuto di alcuni esempi applicativi.

6.2 L'architettura del sistema di misura

Nel seguito del capitolo si farà riferimento a uno schema di misura (set-up) come

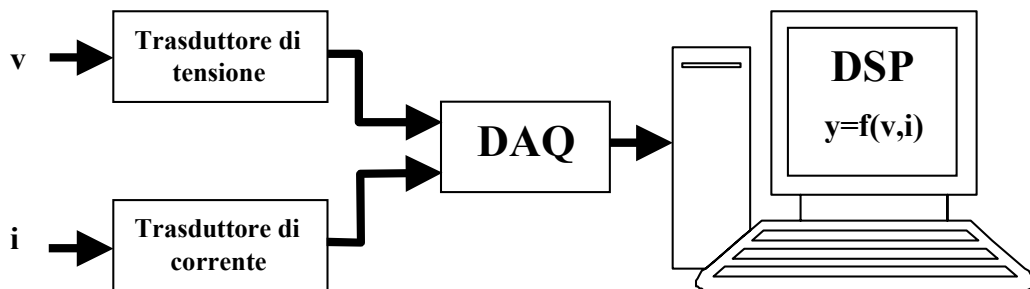


Fig. 6.1: Set-up del sistema di misura digitale

mostrato in Fig. 6.1, in cui due segnali elettrici di tensione e di corrente, sono convertiti tramite un sistema DAQ e poi elaborati da un processore digitale.

Tutto il sistema di misura è controllato mediante uno strumento virtuale che gestisce il sistema di acquisizione dati e che può essere programmato in funzione della diversa natura dei disturbi o i fenomeni da monitorare.

Agendo mediante il software è possibile modificare le caratteristiche principali del sistema di misura ed in particolare:

- le funzioni di misura;
- la velocità di acquisizione dei dati;
- la durata dell'intervallo osservato;
- il numero di simulazioni da effettuare per determinare l'incertezza di misura.

6.3 Scelta dei trasduttori per il sistema di acquisizione dati

In un sistema di misurazione progettato per misure digitali, la determinazione del contributo di incertezza nei trasduttori è un aspetto fondamentale per il fatto che ad essi è imputabile la maggior parte dell'incertezza che caratterizzerà la misura.

I trasduttori di misura da impiegare nei sistemi elettrici di potenza trasformano una tensione o una corrente in un'altra grandezza elettrica, non necessariamente dello stesso tipo, con diverso valore e/o con diverse caratteristiche [27-32]. Le principali funzioni dei trasduttori possono essere riassunte come segue:

- fornire un'immagine corretta, la più accurata possibile della grandezza elettrica che deve essere misurata;
- adattare il livello della grandezza ad un valore trattabile dalla successiva strumentazione di misura o di protezione;
- isolare le reti di potenza dai sistemi di misura e protezione.

Negli impianti di potenza, in esercizio ordinario, la trasduzione delle tensioni e delle correnti avviene mediante trasformatori di tensione e di corrente (TV e TA). Il valore nominale dell'uscita di questi dispositivi è generalmente 100 V per la tensione e 5 A per la corrente. TA e TV sono di norma previsti per il funzionamento a 50 Hz e in tali condizioni nominali sono definite le loro specifiche di accuratezza. In presenza di forme d'onda distorte, e quindi di componenti armoniche e interarmoniche, le loro prestazioni possono decadere notevolmente[30].

Esistono tuttavia riduttori di tensione e di corrente, da laboratorio o da impianto, basati su diversi principi di funzionamento, che possono mantenere un'accuratezza molto buona entro una banda passante che può arrivare fino a centinaia di kilohertz.

La scelta stessa dei trasduttori deve essere fatta in modo che il loro comportamento alteri il meno possibile i segnali in gioco. La scelta deve essere fatta in funzione delle caratteristiche dei segnali, del contenuto in frequenza, dell'andamento nel tempo, della durata, dell'ampiezza, ecc. Ad esempio, l'utilizzo di trasduttori tradizionali quali per esempio trasformatori con nuclei magnetici (TA e TV), è possibile solo in presenza di segnali di tipo sinusoidale con ridotto contenuto armonico. Se sono utilizzati con segnali deformati possono introdurre errori di linearità molto forti.

I trasduttori più moderni utilizzano dispositivi ad effetto Hall, trasduttori ottici o elettronici basati su altri principi e possono essere usati con segnali di frequenza anche molto elevata. In particolare nel caso di trasduttori che devono essere usati con sistemi di acquisizione dati bisogna prestare attenzione anche ai segnali in uscita dal trasduttore e verificare che questi siano compatibili con il sistema che dovrà elaborare questi segnali. Ad esempio l'output dei tradizionali trasformatori di tensione e corrente (e.g. 100 V per i trasduttori di tensione e 5 A per i trasduttori di corrente) non può essere

usato direttamente come segnale input per i sistemi di acquisizione dati. Questi ultimi, infatti, accettano soltanto segnali in tensione generalmente nell'intervallo di ampiezza ± 10 V.

6.4 La modellizzazione delle incertezze nei trasduttori di tensione

Le tecniche di elaborazione digitale generalmente impiegate per la misurazione di segnali elettrici spesso richiedono trasduttori con caratteristiche dinamiche adatte, non sempre garantite dai vecchi dispositivi.

I trasduttori di tensione (VT) impiegati nel presente lavoro sono dei trasduttori che possono essere usati per misure ad elevata accuratezza in grado di misurare tensioni continue (DC), AC e pulsanti. Teoricamente la tensione d'uscita dovrebbe riprodurre fedelmente la forma d'onda della tensione in ingresso. L'ampiezza della tensione d'uscita è proporzionale a quella del segnale d'ingresso tramite il guadagno. In realtà questo non accade ma il trasduttore introduce degli errori che sono dichiarati specificando esclusivamente l'accuratezza.

L'accuratezza tiene conto della variabilità del guadagno al variare dell'ampiezza e della frequenza del segnale misurato. Tiene ancora conto di eventuali comportamenti non lineari presenti e dell'offset. Per analizzare con dettaglio le specifiche di accuratezza fornite dai costruttori si considerino i dati relativi al trasduttore di tensione LEM CV3-1000 "C-type" utilizzato in questo lavoro e mostrato in Fig. 6.2. che presenta le seguenti caratteristiche:

- tensione nominale: $U_n=700$ V_{rms};
- massima tensione di picco: $U_p=1000$ V;

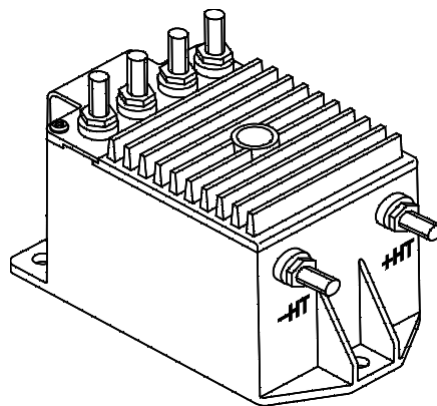


Fig. 6.2: Trasduttore LEM CV 3-1000

- bandwidth 500 kHz (-1dB);
- accuracy 0.2% U_p ;

Dall'analisi dei dati sopraindicati si può constatare che dal punto di vista metrologico il costruttore fornisce esclusivamente un dato di accuratezza complessiva dello strumento. Questo dato si può usare per dichiarare l'incertezza delle misure effettuate con questo strumento (valutazione dell'incertezza con metodi di tipo B).

Ad esempio si supponga di usare il trasduttore per effettuare una misura di tensione continua ed il valore misurato \bar{v} sia 378,1V. La GUM richiede inoltre di riportare l'incertezza di cui si pensa possa essere affetta la stima del misurando e questa si può ottenere facilmente considerando il dato dichiarato dal costruttore.

Essendo l'accuracy pari allo 0.2%, l'incertezza estesa della misura u_v si può ottenere moltiplicando questo valore (dato del costruttore) per il valore misurato cioè

$$U = \frac{0.2}{100} \cdot 378.1 = 0.752V .$$

Poiché la misura presenta una sola cifra decimale anche l'incertezza dovrà essere espressa con lo stesso numero di cifre decimali.

Il risultato della misura sarebbe pertanto $V = \bar{v} \pm U_v = 378.1 \pm 0.7V$.

Qual è il valore da assegnare del livello di confidenza che si può associare all'incertezza di misura ?

In questo modo si sta considerando la massima incertezza che si può avere sul valore di tensione misurabile dal trasduttore e, se il valore di tensione misurato è inferiore a quello massimo, procedere in questo modo comporta una sovrastima dell'incertezza della misura.

Questo esempio serve per mostrare la difficoltà nel utilizzare i dati dei costruttori per determinare l'incertezza di misura secondo quanto previsto dalla GUM e la necessità di dover comunque fare delle ipotesi, per esempio: il valore dichiarato dal costruttore è un errore di guadagno? O include anche l'offset? E le non linearità? E se fosse un errore di guadagno, deve essere interpretato come se avesse una distribuzione di probabilità uniforme, oppure gaussiana?

Dato che lo scopo di questo lavoro era quello di fornire indicazioni sul come modellare le sorgenti di incertezza presenti nei diversi componenti del sistema di misura utilizzando comunque e soltanto dati di tipo B, si è cercato di ottenere altre informazioni

dal costruttore del trasduttore che, per gentile concessione, ha reso disponibile il rapporto di caratterizzazione metrologica del trasduttore [31]

Il rapporto [31] è ricco di informazioni riguardanti le prestazioni del trasduttore ed il suo comportamento in diverse condizioni di funzionamento.

Dal rapporto sono stati estrapolati i grafici in Fig. 6.3 che esprimono mediante istogrammi i risultati dei test effettuati su un gruppo di trasduttori.

Nella Fig. 6.3 a) è mostrata la distribuzione dei risultati in termini di accuracy complessiva del trasduttore. Si può vedere che la distribuzione dei risultati assume una forma rassomigliante a una campana, seppur dissimmetrica.

I dati sono ottenuti sulla base di una statistica su 40 esemplari e si può osservare che il costruttore fornisce un'informazione cautelativa in quanto fornisce il massimo errore che si può introdurre utilizzando trasduttori di quella famiglia.

Ovviamente ciascun trasduttore avrà un comportamento differente da tutti gli altri, ad esempio guardando la Fig. 6.3, si può constatare che la maggioranza dei trasduttori ha un'accuratezza inferiore allo 0.05%, ma è chiaro che l'operatore non può sapere qual è l'accuratezza del trasduttore impiegato a meno che non proceda a una caratterizzazione sperimentale di tipo A come in [17] che può essere effettuata soltanto avendo a disposizione un calibratore.

Questo grafico fa vedere inoltre che le incertezze dichiarate dal costruttore, con estensione pari allo 0.2% del valore di fondo scala, possono essere assunte come incertezze di tipo B con un livello di confidenza del 100%, avendo tutti i trasduttori della famiglia un comportamento che rientra entro il valore massimo dichiarato.

Si osservi inoltre che se le misure sono effettuate con un trasduttore il cui comportamento cade al centro della campana, utilizzare il valore dichiarato dal costruttore da luogo a una sovrastima dell'incertezza di misura, ma ovviamente,

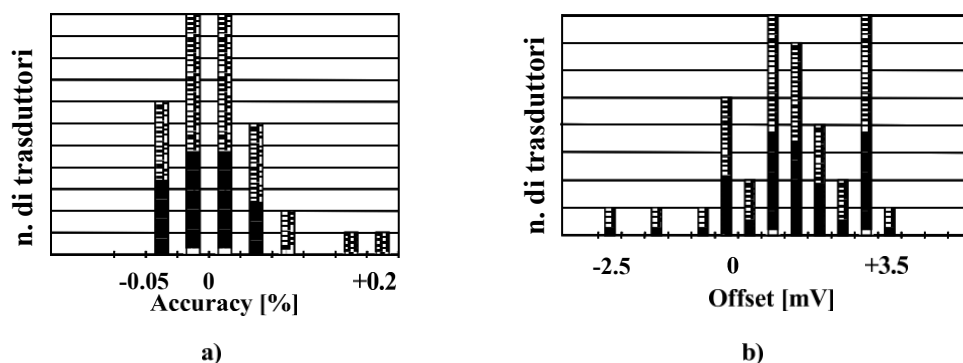


Fig. 6.3: Caratterizzazione del VT fornita dal costruttore

mancando altre informazioni, questa è l'unica cosa che è possibile fare.

Pertanto, in mancanza di una caratterizzazione di tipo A del trasduttore, gli istogrammi rappresentati in Fig. 6.3 sono stati usati per modellare l'errore di linearità e di offset. Dalla conoscenza di questi grafici è, infatti, possibile ipotizzare la funzione densità di probabilità per ciascuna sorgente di errore nello strumento.

La modellizzazione è stata fatta assegnando una funzione densità di probabilità somigliante a una delle funzioni note e tenendo conto che il generatore di numeri casuali utilizzato era in grado di generare solo sequenze di campioni estratti casualmente da distribuzioni di probabilità di tipo gaussiano o uniforme.

La modellizzazione dell'incertezza dei trasduttori è stata pertanto ottenuta per confronto con i grafici disponibili forniti dal costruttore. In mancanza di essi si sarebbero potute formulare delle ipotesi in base alla tipologia dei traduttori in esame, oppure richiedendo informazioni presso un centro di taratura. In ogni modo, in mancanza di informazioni aggiuntive la distribuzione di probabilità che si dovrebbe considerare è la distribuzione uniforme con larghezza pari a quella dell'intervallo di incertezza dichiarata dal costruttore.

L'informazione sull'accuratezza si può interpretare come errore di guadagno, anche se è presente una certa irregolarità nella distribuzione di probabilità, in Fig. 6.4 per confronto con la distribuzione di probabilità dell'errore di guadagno del trasduttore si può ipotizzare che sia gaussiana, ed essendo per le distribuzioni gaussiane il 99% dei valor contenuto entro il valore $3 \cdot \sigma$, con un valore di $\sigma = 0.2/3$.

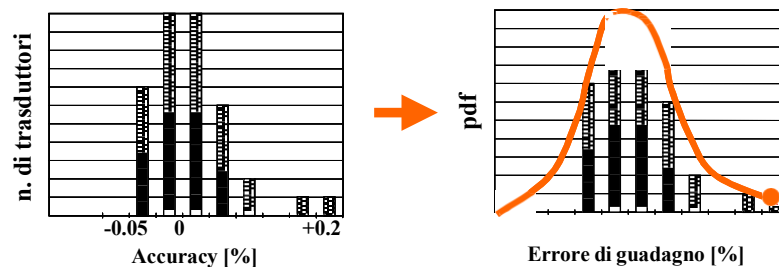


Fig. 6.4: Modellizzazione “per confronto” errore di guadagno

L'errore di offset, sempre per confronto in Fig. 6.5, si può modellare attraverso una gaussiana con $\mu=1\text{mV}$ e $\sigma=3.5/3\text{mV}$ o anche una distribuzione triangolare con base l'intervallo $[-2.5,4.5]\text{mV}$. Si osservi che il costruttore dichiara cautelativamente per l'offset un valore massimo di 5mV .

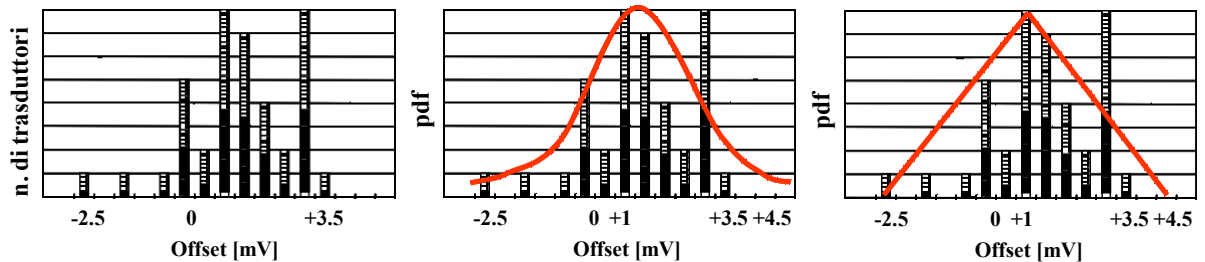


Fig. 6.5: Modellizzazione “per confronto” errore di offset

Per quanto riguarda la non linearità, il comportamento dei trasduttori è da ritenersi ottimo e lo stesso costruttore non fornisce informazioni sull'errore di non linearità.

6.5 La modellizzazione delle incertezze nei trasduttori di corrente

Per quanto riguarda i trasduttori di corrente, in questo lavoro sono stati usati i trasduttori di corrente LEM LAH 25-NP (Fig. 6.6) basati sul principio di funzionamento dell'effetto Hall a ciclo chiuso e con le seguenti caratteristiche dichiarate da costruttore:

- Corrente nominale $I_n=8\text{A}$;
- bandwidth $200\text{ kHz} (-1\text{dB})$;
- global accuracy $1.9\% \cdot I_n$.
- accuracy senza l'offset $0.3\% \cdot I_n$

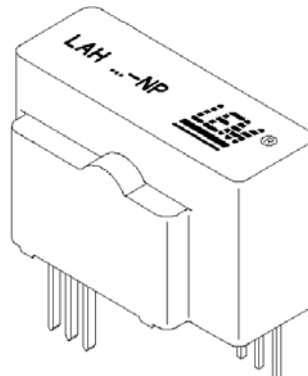


Fig. 6.6: Trasduttore LEM LAH 25-NP

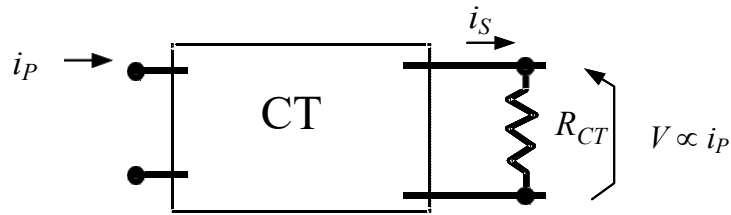


Fig. 6.7: Resistenza d'uscita nel CT

I trasduttori di corrente forniscono una corrente in uscita che è proporzionale alle corrente in ingresso al trasduttore. Questa corrente viene quindi convertita in una tensione facendola passare attraverso una resistenza di precisione. In questo modo si ottiene una tensione proporzionale alla corrente che si intende misurare (vedi Fig. 6.7). La resistenza d'uscita utilizzata ha un valore di 100Ω con accuratezza ± 0.005 . L'introduzione della resistenza a rigore introduce un'ulteriore causa di incertezza nella catena di misurazione. Data l'accuratezza del componente si può senz'altro affermare che l'errore introdotto dal resistore impiegato è trascurabile rispetto alle altre cause d'incertezza presenti.

Dalle specifiche del costruttore si è visto che anche in questo caso viene fornito il dato sull'accuratezza globale del trasduttore. Esso è complessivo degli errori di linearità che quelli di non linearità e di offset. Indagando nel rapporto di caratterizzazione[32] si è trovato che l'errore dichiarato escludendo i contributi di offset e pari allo $0.3\% \cdot I_N$ è separabile per lo $0.1\% \cdot I_N$ come errore di guadagno e per lo $0.2\% \cdot I_N$ come errore di non linearità. Per quest'ultima tipologia di errore, in Fig. 6.8 viene mostrata la caratteristica

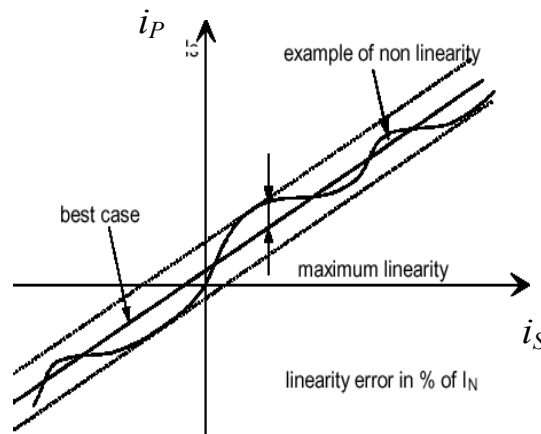


Fig. 6.8: Caratteristica di non-linearità LEM LAH 25-NP

riportata dal trasduttore come esempio di non linearità. Nella figura i_p è la corrente al primario e i_s è la corrente al secondario del traduttore [32].

Infine vi è da considerare l'effetto dell'offset di corrente può avere un effetto importante in quanto è inviata sulla resistenza d'uscita producendo un offset di tensione.

In particolare il costruttore dichiara un valore di errore complessivo pari all'1.6% della corrente nominale.

Questo valore di offset è in parte di natura elettrica e in parte di natura magnetica. Quello di natura magnetica è in particolare dovuto ad effetti di saturazione ogni qualvolta la corrente misurata dal trasduttore eccede il valore nominale.

A partire da tali valori si è proceduto pertanto ad assegnare le distribuzioni di probabilità che sono state scelte di tipo gaussiano per l'errore di non linearità e di tipo uniforme per l'offset e la non linearità.

Il valore massimo introdotto dal trasduttore di corrente è pari a:

- $\frac{0.1\%}{100} \cdot 8 = 0.008A$ per l'errore di guadagno;
- $\frac{0.2\%}{100} \cdot 8 = 0.016 A$ per l'errore di non linearità;
- $\frac{1.6\%}{100} \cdot 8 = 0.128A$ per l'errore di offset.

Questi valori sono stati usati per determinare la larghezza dell'intervallo per le distribuzioni uniformi e la varianza della distribuzione gaussiana. Tutte le distribuzioni sono state considerate a valore medio nullo.

6.6 La modellizzazione delle incertezze nel sistema di acquisizione dati

I sistemi di acquisizione dati è costituito da una scheda plug-in (vedi Fig. 6.9).



Fig. 6.9: Esempio di scheda DAQ innestabile nel PC

Per valutare il contributo che ciascuna causa d'incertezza può dare sulla misura, e stabilire le *pdf* da assegnare a ciascuna causa d'errore, si considereranno i dati relativi alla scheda DAQ usata nel presente lavoro.

La scheda usata è la PCI 6024 del costruttore *National Instruments* che presenta una velocità massima di campionamento di 200 kS/s, e una risoluzione di 12 bit.

Nel capitolo 4 si è vista tutta la panoramica riguardante le sorgenti di incertezza nelle schede di acquisizione dati. In particolare le sorgenti d'errore considerate sono state quelle di

- quantizzazione;
- offset;
- gain;
- non linearità;
- rumore.

Se la scheda è usata nell'intervallo di acquisizione $\pm 10V$, si può determinare l'ampiezza massima dell'errore di quantizzazione che è stato modellizzato con una distribuzione uniforme di ampiezza q pari a $\frac{FSR}{2^K} = \frac{20}{2^{12}} V = 0.00001 \mu V$.

Offset	Guadagno (Gain)	Non linearità (DNL)	Rumore (Noise)
6.38 mV	0.1%	1 LSB	0.1 LSB

Tabella 6.1: Specifiche scheda DAQ PCI 6024 E

Le altre sorgenti di errore sono state modellate facendo riferimento ai valori dichiarati dal costruttore riportati nella Tabella 6.1.

Per quanto riguarda l'offset questo è stato modellato mediante una distribuzione uniforme di semi ampiezza 6.38 mV.

Per quanto riguarda il rumore questo è stato una distribuzione gaussiana e il costruttore anche in questo caso fornisce il valore massimo dell'errore.

Si osservi che tutti i valori possono essere espressi in Volt per valutare quali sono i contributi che pesano maggiormente sull'incertezza complessiva

L'errore di guadagno che si applica al segnale che si può avere ingresso è pari allo 0.1%. L'errore di guadagno può essere allora rappresentato con una distribuzione uniforme a valore medio nullo e con estremi pari al valore massimo dichiarato dal costruttore.

Gli errori di non linearità e noise sono stati modellizzati attraverso una distribuzione gaussiana con deviazione standard rispettivamente $\sigma_{NL}=1\text{LSB}/3V$ e $\sigma_N=0.1\text{LSB}/3V$

E' doveroso analizzare dal punto di vista quantitativo i diversi contributi d'errore. Nella Fig. 6.10 è mostrato un confronto dal punto di vista quantitativo tra i valori massimi che ciascun contributo d'errore può assumere. L'errore di linearità ha lo stesso peso dell'errore di quantizzazione mentre quello di noise è di un ordine di grandezza inferiore. I contributi di errore più significativi sono l'offset e l'errore di guadagno.

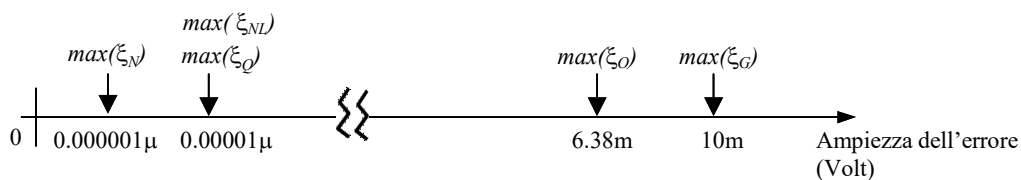


Fig. 6.10: Comparazione dell'entità degli errori

6.7 Esempio di applicazione

I risultati ottenibili mediante il metodo numerico presentato sono illustrati considerando lo strumento virtuale realizzato per le misure sui sistemi di potenza [23].

Lo strumento è in grado di visualizzare le forme d'onda dei segnali acquisiti ed è in grado di visualizzare i risultati ottenuti mediante l'applicazione di funzioni di misura sui segnali in ingresso. Per ognuno dei valori ottenuti, lo strumento esegue anche il calcolo sia dell'incertezza mediante la procedura numerica presentata.

Una porzione del pannello frontale dello strumento è mostrata in Fig. 6.11. dove si può vedere che lo strumento è stato usato per valutare i valori massimi ed efficaci delle tensioni e delle correnti acquisite dalla scheda DAQ e per calcolare la potenza associata ai due segnali. E' in particolare in grado di esprimere l'incertezza delle misure effettuate.

Nel caso particolare si può vedere che la misura di tensione ha un valore efficace di 373.1 V con un'incertezza di 0.16 V. Questo valore è stato estratto dalla distribuzione d'uscita, ed il valore 1σ è la varianza della popolazione dei risultati ottenuti mediante la simulazione. Se questa fosse pertanto una distribuzione gaussiana, il valore corrispondente a 1σ è quello che corrisponde a un livello di confidenza di circa il 68%.

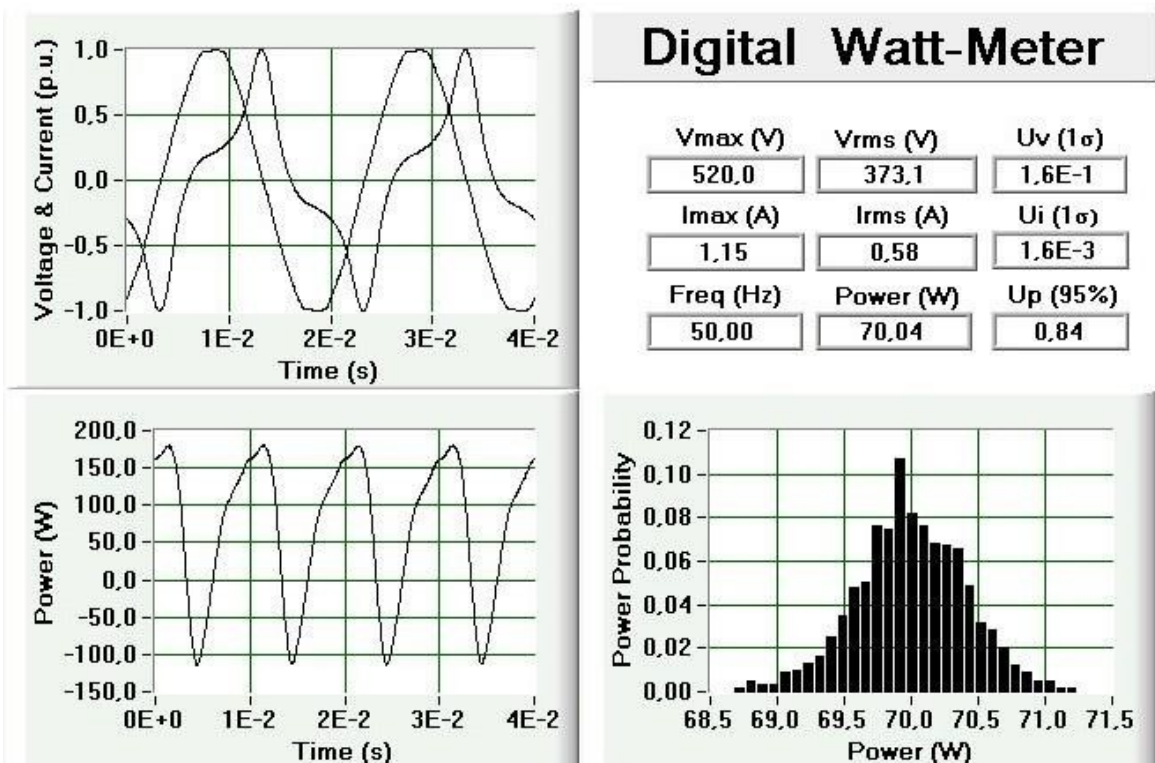


Fig.6.11: Pannello frontale dello strumento virtuale

Il calcolo della potenza invece mostra la possibilità dello strumento di calcolare numericamente l'incertezza con l'intervallo di confidenza che si vuole, ad esempio il 95% nel caso in esame. Lo strumento utilizzato può essere ovviamente usato per effettuare elaborazioni ben più complesse del calcolo della potenza attiva associata ai due segnali. Ad esempio è stato utilizzato per effettuare misurazioni di power quality in un sistema elettrico in cui erano presenti forme d'onda particolarmente distorte per via della presenza di carichi non lineari. In Fig. 6.12 è presentato un set-up sperimentale che ha la funzione di mostrare le forme d'onda particolarmente distorte che si possono avere negli impianti elettrici quando sono presenti per esempio diodi raddrizzatori (es. UPS, Convertitori Elettrici, Inverter, ecc.). Nella Fig. 6.12 è stato considerato un carico alimentato attraverso un sistema a diodi che consente di regolare la tensione di alimentazione mediante la parzializzazione della tensione. Allo scopo di

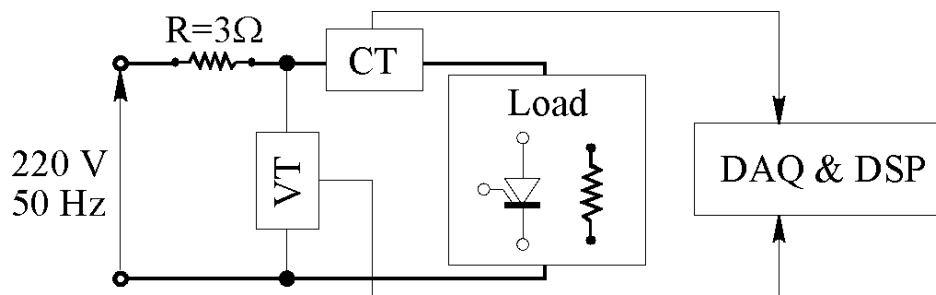


Fig. 6.12: misura su un sistema con grandezze deformate

evidenziare gli effetti del carico disturbante sul rifornimento di tensione, sono stati inseriti un trasformatore 1:1 ed una resistenza a 3Ω in serie con il conduttore di linea in modo che fosse incrementato artificialmente l'impedenza equivalente della rete.

In tali condizioni di funzionamento del sistema, le forme d'onda risultano essere particolarmente distorte come evidenziato in Fig. 6.13 e possono richiedere delle misure particolari che possono essere svolte soltanto utilizzando tecniche digitali che peraltro consentono di scegliere la frequenza di campionamento più adatta a seconda dell'applicazione. Nel caso analizzato i segnali hanno una frequenza dell'armonica fondamentale a 50 Hz ed il campionamento è stato effettuato a 51.2 kHz per tenere conto delle armoniche presenti.

In un sistema di questo tipo l'utilizzo della strumentazione digitale è d'obbligo, per il gran numero di situazioni che possono essere osservate e che possono richiedere il monitoraggio continuo e la registrazione delle forme d'onda, tra cui per esempio:

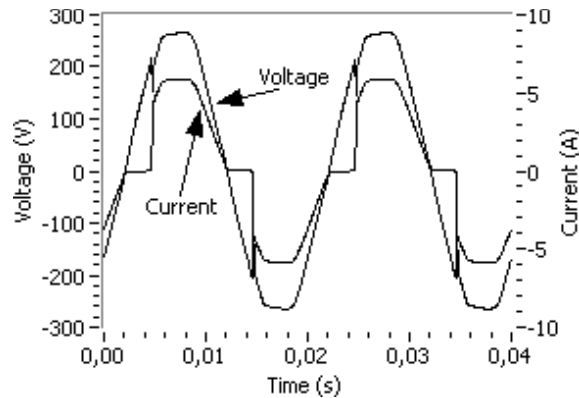


Fig. 6.13: Forme d'onda nel sistema di Fig. 6.12

- Variazioni della frequenza di alimentazione;
- Variazioni della tensione in condizioni normali, esclusi guasti e interruzioni (sono variazioni lente del valore efficace, con durate da qualche secondo ad alcune decine di secondi, causate dal normale esercizio di rete);
 - Buchi di tensione (sono riduzione della tensione dal 90 % al 1 % del valore nominale e durano da 10 ms a qualche secondo; sono causate da eventi particolari come guasti o transitori di avvio di grossi carichi ed hanno carattere aleatorio);
 - Interruzioni brevi e lunghe ;
 - Sovratensioni;
 - Fenomeni transitori (originati dalle commutazioni di dispositivi a semiconduttore, hanno caratteristica simile ai buchi di tensione, ma durata inferiore ai 10 ms);
 - Fluttuazioni della tensione (Flicker);
 - Sbilanciamento della terna di tensioni (determinati da carichi dissimetrici in rete);
 - Armoniche;
 - Interarmoniche.

Nel caso particolare lo strumento è stato utilizzato per calcolare i valori efficaci delle tensioni e correnti, la potenza assorbita ed i coefficienti di distorsione armonica totale (*Total Harmonic Distortion-THD*) della tensione e della corrente.

Nel caso della tensione il *THD* è ottenuto mediante la relazione (6.1) rapportando il valore efficace dell'insieme di tutte le armoniche di tensione esclusa la fondamentale, al valore efficace della fondamentale.

$$THD \% = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} V_i^2}}{V_1} 100 \quad (6.1)$$

dove :

- V_1 valore efficace della armonica fondamentale di tensione
- V_i valore efficace dell' i -esima armonica di tensione

Allo stesso modo si può calcolare il fattore di distorsione armonica della corrente.

Si noti che la complessità dell'algoritmo di misura è solo parzialmente evidenziato dalla (6.1), in quanto per poter determinare le componenti del segnale alle diverse frequenze è necessario utilizzare l'algoritmo della trasformata di Fourier.

I risultati delle misure del valore efficace della tensione e del THD sono illustrati nella Fig. 6.14 nel caso in cui il metodo di simulazione sia ripetuto iterativamente per 1000 volte mentre in figura 6.15 sono presentati gli istogrammi nel caso in cui la catena di misura venga simulata per 2000 volte. Anche nel caso delle 2000 simulazioni il tempo di simulazione è minore di dieci secondi, utilizzando un processore Pentium IV a 1.8 Ghz.

I calcoli sono stati ottenuti considerando i 2048 campioni contenuti nella finestra di osservazione del segnale della durata di due periodi (vedi Fig. 6.13).

La Fig.6.14 mostra la distribuzione di probabilità sia della potenza attiva calcolata sia del THD.

Il valore medio della potenza attiva è di 749,28W. L'incertezza estesa con livello

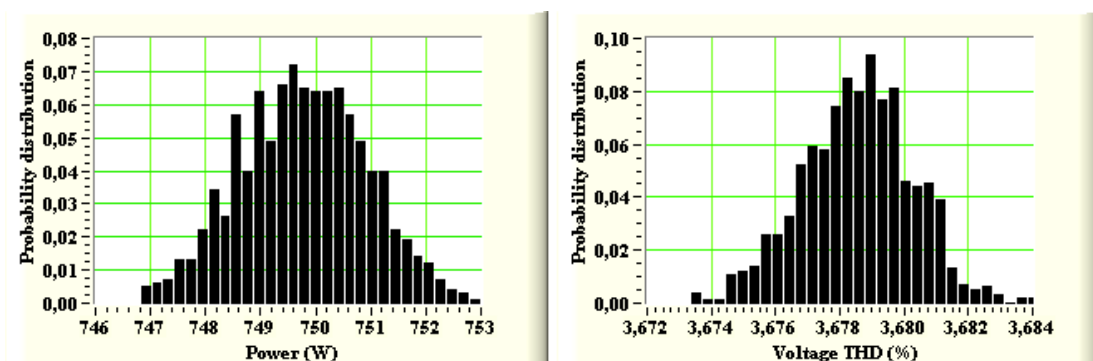


Fig. 6.14: Calcolo della potenza e del THD nella rete di Fig. 6.12 – 1000 simulazioni

di copertura del 95% ottenuta attraverso 1000 simulazioni è pari a 2,23W, mentre risulta pari a 2,29W nel caso di 2000 simulazioni.

L'aumento di tempo necessario per effettuare un maggior numero di simulazioni non si giustifica nei miglioramenti ottenibili, specie in prospettiva di utilizzare il metodo in uno strumento con funzionalità di valutazione dell'incertezza di misura on-line. Inoltre, in questo caso di applicazione, la dichiarazione della potenza attiva può essere fatta considerando un'unica cifra decimale. Pertanto il risultato dell'incertezza estesa sarebbe stato in ogni caso 2,2W.

Il valore misurato del THD è in entrambi i casi del 3,678 %. L'incertezza estesa, nel caso di 1000 simulazioni, valutata con una probabilità di copertura del 95% è pari a $9.2e-4$ espressa in p.u rispetto al valore misurato. Considerando 2000 simulazioni il valore non cambia apprezzabilmente.

Questo risultato dipende dall'eccellente linearità del trasduttore di tensione. Deve essere evidenziato che, al contrario dei metodi analitici, non è stata fatta nessuna assunzione sulla forma della distribuzione output, da quando la copertura di probabilità dell'incertezza estesa di sopra è stata calcolata direttamente sulla base dei valori numerici ottenuti con le simulazioni.

Una nota finale riguarda la flessibilità del metodo proposto e alla sua implementazione software che può essere modificata in modo relativamente semplice per essere adattata a differenti configurazioni del sistema di misura e a differenti tipologie di componenti.

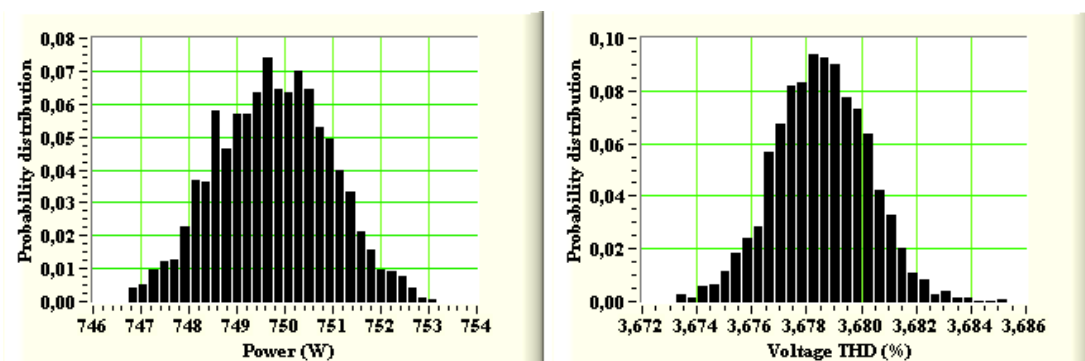


Fig. 6.15: Calcolo della potenza e del THD nella rete di Fig. 6.12 – 2000 simulazioni

CONCLUSIONI

In questo lavoro è presentato un metodo per la determinazione dell'incertezza delle misure ottenute attraverso l'elaborazione di dati digitalizzati. La motivazione alla base di questo studio era la necessità proporre una procedura per la valutazione dell'incertezza di misura che fosse in grado di superare alcune limitazioni relative alla *legge di propagazione dell'incertezza* della Guida internazionale ISO-GUM. E' noto infatti che la *legge di propagazione dell'incertezza* è di difficile applicazione e porta a risultati incongruenti quando viene utilizzata ad esempio con algoritmi e modelli di misura non lineari, che hanno un grande numero di variabili in ingresso, nel caso in cui è difficile valutare i coefficienti di sensitività, nel caso in cui le variabili d'ingresso hanno distribuzioni di probabilità dissimmetriche, nel caso in cui la variabile d'uscita non ha una distribuzione gaussiana. In tali condizioni anche altre ipotesi di valutazione come quelle basate sul calcolo dei momenti centrali delle variabili casuali rappresentative delle sorgenti di incertezza possono risultare difficoltose o non convenienti.

Il metodo numerico proposto, basato su simulazioni statistiche di tipo Monte Carlo, può essere usato come vantaggiosa alternativa ai tradizionali metodi analitici per la misurazione dell'incertezza, permettendo agli strumenti digitali di eseguire un'auto-valutazione dell'incertezza che influenza il risultato della misurazione[21, 22].

L'originalità del lavoro sta nella procedura di modellizzazione delle sorgenti di errore presenti nella catena di misura. Questa fase è fondamentale, poiché la validità dei risultati ottenibili è dipendente dall'attenzione posta nella modellizzazione delle singole sorgenti d'errore presenti e dalle approssimazioni introdotte. In particolare, ci si è posti secondo il punto di vista dell'utente ordinario che ha a sua disposizione esclusivamente

le specifiche delle apparecchiature usate in termini di prestazioni metrologiche e cause d'errore. Il criterio utilizzato rispetta le prescrizioni della GUM, e si configura tra le procedure di valutazione dell'incertezza di tipo B.

Una caratteristica molto utile del metodo numerico proposto è che non solo può essere determinata la deviazione standard, ma può anche essere rappresentata graficamente la distribuzione di probabilità della quantità calcolata, fornendo in questo modo un'ulteriore informazione. Infatti, l'incertezza estesa può essere direttamente valutata per una data probabilità di copertura, senza la necessità di dichiarare un fattore di copertura che implicitamente assume l'avere una distribuzione di probabilità nota.

Uno degli svantaggi della procedura presentata è che l'incertezza del risultato non può essere espressa come una funzione delle diverse fonti di incertezza. Quindi, contrariamente alla procedura analitica, non è immediato comprendere quali siano le più importanti cause che influenzano l'accuratezza del sistema di misurazione. Questo compito potrebbe essere trattato solamente con la ripetizione della simulazione, considerando ogni volta solo un insieme ridotto di sorgenti di incertezza. Inoltre, a causa del numero di simulazioni necessario per ottenere la convergenza del metodo Monte Carlo, la metodologia risulta adatta solo per misure in cui l'incertezza deve essere valutata off-line, oppure solo per le misure in tempo reale in quelle situazioni dove la frequenza dell'osservazione è così bassa da permettere alla procedura numerica essere eseguita tra due acquisizioni consecutive.

Ulteriori sviluppi della procedura numerica proposta sono attualmente in corso. Essi riguardano gli aspetti legati al comportamento non lineare dei componenti ed in particolare si stanno studiando nuovi approcci focalizzati alla generalizzazione dell'utilizzo dei dati forniti dai costruttori nella valutazione dell'incertezza di misura attraverso i metodi Monte Carlo.

Si può concludere affermando che i risultati ottenuti nel presente lavoro confermano che la propagazione dell'incertezza delle misure, ottenute attraverso sistemi digitali, può essere valutata con successo usando procedure numeriche. Si vuole sottolineare infine che il metodo proposto nel presente lavoro è perfettamente in linea con le indicazioni riportate dal Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM) nel documento *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement- Supplement 1 - Numerical Methods for the Propagation of Distributions* di aggiornamento della Guida ISO-GUM[24].

BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Locci, Dispense del Corso di Misure Elettriche. Disponibile on-line su http://www.diee.unica.it/misure/Dispense/Indice_dispense.html
- [2] National Instruments Application Note 007, Data Acquisition Fundamentals Disponibile on-line su www.ni.com
- [3] H. Goldberg, "What is virtual instrumentation?" *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, vol. 3, Dec. 2000, pp. 10–13.
- [4] H.J.W. Spoelder "Virtual instrumentation and virtual environments" *Instrumentation & Measurement Magazine*, IEEE , vol. 2 , Issue: 3 , Sep 1999 pp.14 - 19
- [5] L. Cristaldi, A. Ferrero, V. Piuri "Programmable instruments, virtual instruments, and distributed measurement system," *IEEE Instrumentation Measurement Magazine*, vol. 2, Sept. 1999, pp. 20–27.
- [6] National Instruments, Getting Started with LabVIEW, Product manual On-line su www.ni.com
- [7] IPM/IEC/IFCC/ISO/IUPAC/IUPAP/OIML, International Organization for Standardization (ISO), International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology (VIM), 2nd Edition, 1993.
- [8] ISO, International Standardization Organization, "Guide to the expression of uncertainty in measurement", Geneva, 1993.
- [9] E Bava, R. Ottoboni, C.Svelto. Fondamenti della misurazione. Società Editrice Esculapio. 2004
- [10] EA-4/02 "Expression of the uncertainty of measurement in calibration"
- [11] N. Locci, C. Muscas, L. Peretto, R. Sasdelli: "A numerical approach to the evaluation of uncertainty in nonconventional measurements on power systems", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements* Vol. 51, N. 4, August 2002, pp. 734-739.
- [12] K. Chrzanowski, R. Matyszekiel, M. Szulim: "Calculations of uncertainty in measurements", XVI IMEKO World Congress, Wien, September 2000.
- [13] Kollar: "Bias of mean value and mean square value measurements based on quantized data", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* , Volume 43, Issue 5 , Oct. 1994.
- [14] A. Passavanti, F. Francisci: "Modelization and propagation of uncertainty through digital signal processing algorithms" (in Italian), *Tutto Misure*, N. 2, 2000, pp. 60-65.
- [15] G. Betta, C. Liguori, A. Pietrosanto: "Propagation of uncertainty in a discrete Fourier transform algorithm", *Measurement* n. 27, 2000, pp. 231-239.
- [16] S. Nuccio, C. Spataro, "Approaches to Evaluate the Virtual Instrumentation Measurement Uncertainties", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 51, no. 6, december 2002
- [17] Ferrero A., Lazzaroni M., Salicone S., "A calibration procedure for a digital instrument for power quality measurement", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 51, N. 4, August 2002, pp. 716-722.
- [18] A.Ferrero, S.Salicone, "An innovative approach to the determination of uncertainty

- in measurements based on fuzzy variables” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 52, no. 4, pp.1174-1181, 2003
- [19] S.Salicone, “The theory of the evidence and the expression of uncertainty in measurements”, Ph.d thesis, 2004
- [20] M. G. Cox, M. P. Dainton, P. M. Harris : “Best Practice Guide N. 6. Uncertainty and statistical modeling”, Technical report, National Physical Laboratory, Teddington, UK, 2001.
- [21] E. Ghiani - N. Locci - C. Muscas: "Evaluation of uncertainty in measurements based on digitized data", *Measurement*, Vol. 32, Issue 4, December 2002, pp. 265-272
- [22] E. Ghiani - N. Locci - C. Muscas: “Auto-evaluation of the uncertainty in virtual instruments”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 53, No. 3, June 2004.
- [23] E. Ghiani - N. Locci - C. Muscas - S. Sulis: “Uncertainty estimation for DSP-based power quality measurements”, *COMPEL (International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering)*, Vol. 23 No. 1, 2004.
- [24] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement- Supplement 1-Numerical Methods for the Propagation of Distributions. 2004
- [25] G.T. Heydt: “Power quality engineering”, *IEEE Power Engineering Review*, Vol. 21, N. 11, November 2001, pp. 5-7.
- [26] M. McGranaghan: “Trends in power quality monitoring”, *IEEE Power Engineering Review*, Vol. 21, N. 10, October 2001, pp. 3-9.
- [27] Instrument transformers - Part 1: Current transformers, IEC Standard 60044-1, Geneva/Switzerland, 1996.
- [28] Instrument transformers - Part 2: Inductive voltage transformers, IEC Standard 60044-2, Geneva/Switzerland, 1997.
- [29] Instrument transformers - Part 7: Electronic voltage transformers, IEC Standard 60044-7, Geneva/Switzerland, 1999.
- [30] N. Locci , C. Muscas, “Comparative analysis between active and passive current transducers in sinusoidal and distorted conditions“, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 50, N. 1, February 2001, pp. 123-128.
- [31] Characterisation Report of the VT transducer LEM CV series commercial version. Report n° CA970504. Study 14.02.95.
- [32] Characterisation Report of the CT transducer LEM LAH series commercial version. Report n° CA981102. Study 23.12.98.